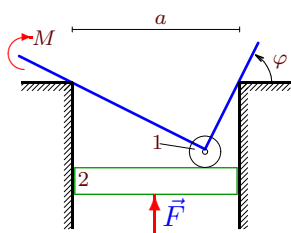


Уравнение Лагранжа для системы с одной степенью свободы

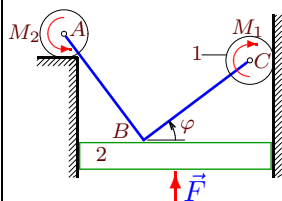
Кирсанов М.Н. **Решебник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.– М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008.– 384 с. (с.300.)

Задача 30.1.



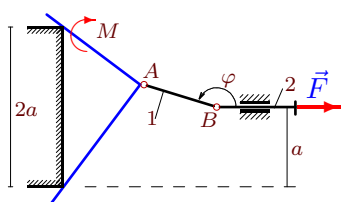
Невесомый уголок, составленный из двух жестко соединенных взаимно перпендикулярных стержней, опирается на гладкие опоры. Диск радиуса r , закрепленный на шарнире в угловой точке, катится по поверхности поршня, скользящего в вертикальных направляющих. Масса диска равна m_1 , поршня — m_2 . К уголку приложен момент M , к поршню — вертикальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота уголка φ .

Задача 30.2.



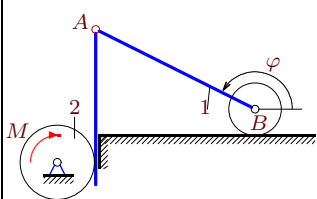
Невесомый угольник ABC , касается в точке B гладкой поверхности поршня скользящего в вертикальных направляющих. $AB \perp BC$, $AB = a$, $BC = b$. Диски радиуса r шарнирно закреплены в точках A и C . Один диск катится по горизонтальной поверхности, другой — по вертикальной. К дискам приложены моменты M_1 и M_2 , к поршню — вертикальная сила F . Масса одного диска m_1 , масса поршня — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота угольника φ .

Задача 30.3.



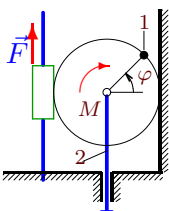
Невесомый уголок, составленный из двух жестко соединенных взаимно перпендикулярных стержней, скользит по гладкой опоре. Масса стержня AB , соединяющего уголок с горизонтальным штоком, равна m_1 , масса штока — m_2 . $AB = a$. К уголку приложен момент M , к поршню — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота уголка φ .

Задача 30.4.



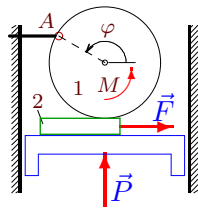
Диск радиуса r , шарнирно закрепленный на конце стержня $AB = a$, катится по горизонтальной поверхности. Вертикальный шток касается цилиндра радиуса R с неподвижной осью и скользит по вертикальной плоскости. Масса стержня равна m_1 , цилиндра — m_2 . К цилиндру приложен момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.5.



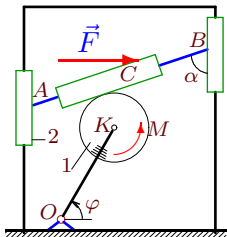
Невесомый диск радиуса r , шарнирно закрепленный на конце вертикального штока, катится по вертикальной поверхности и касается муфты, скользящей по вертикальной направляющей. На ободу диска находится точка массой m_1 . К диску приложен момент M , к муфте — вертикальная сила F . Масса штока равна m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска φ .

Задача 30.6.



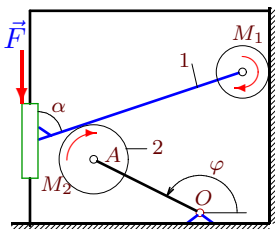
Диск радиуса r массой m_1 шарнирно закреплен точкой обода A к неподвижному кронштейну. К вертикально движущемуся поршню приложена сила P . Между поршнем и диском расположена пластина, скользящая по поршню. Диск катится по пластине без проскальзывания. Масса пластины равна m_2 . К диску приложен момент M , к пластине — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска φ .

Задача 30.7.



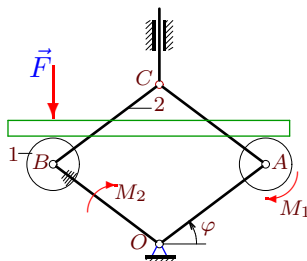
Две муфты, скользящие по вертикальным направляющим, жестко соединены стержнем AB , по которому движется муфта C . Диск радиуса r , жестко соединенный с кривошипом $OK = a$, катится по этой муфте без проскальзывания. Масса диска равна m_1 , общая масса муфт A, B и стержня AB — m_2 . К диску приложен момент M , к муфте C — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.8.



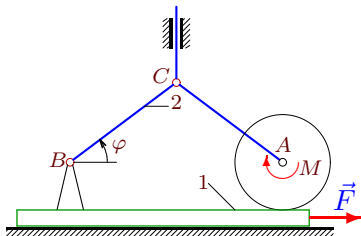
К вертикально движущейся муфте жестко прикреплен наклонный стержень, на конце которого расположен диск радиуса r , катящийся по вертикальной плоскости. Цилиндр радиуса R , на кривошипе $OA = a$, катится по стержню без проскальзывания. Общая масса муфты и стержня равна m_1 , цилиндра — m_2 . К диску приложен момент M_1 , к цилиндру момент M_2 , к муфте — вертикальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.9.

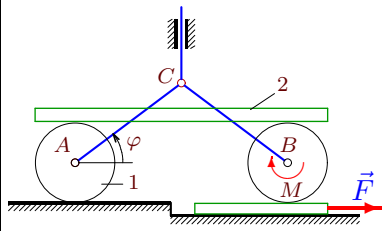


Четыре стержня образуют ромб со стороной a . Два стержня шарнирно прикреплены к вертикальному штоку, два — к неподвижному шарниру. На осях A и B вращаются диски радиуса r , на дисках лежит брус. Качение дисков по брусу происходит без проскальзывания. Диск на оси B жестко скреплен со стержнем OB . Масса диска на оси B равна m_1 , стержня BC — m_2 . К диску приложен момент M_1 , к стержню BO — M_2 , к брусу — вертикальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня OB φ .

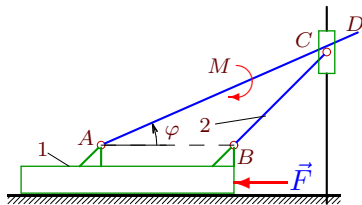
Задача 30.10.



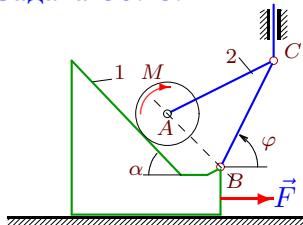
Два стержня одинаковой длины a шарнирно прикреплены к вертикальному штоку. Стержень BC соединен с платформой, установленной на гладком горизонтальном основании. Диск радиуса r катится по платформе без проскальзывания. Масса платформы равна m_1 , стержня BC — m_2 . К диску приложен момент M , к платформе — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня BC φ .

Задача 30.11.

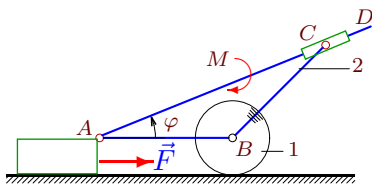
Два стержня одинаковой длины a шарнирно прикреплены к вертикальному штоку. Стержень AC соединен с осью диска A , который катится по горизонтальному основанию. Диск B катится по пластине, скользящей по тому же основанию. На дисках лежит горизонтальный брусок. Масса диска A равна m_1 , бруска — m_2 . К диску B приложен момент M , к пластине — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня AC φ .

Задача 30.12.

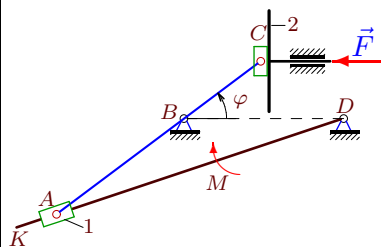
Стержень BC длины a шарнирно соединяет горизонтально скользящую платформу и вертикальный ползун C . Стержень $AD = 2a$, шарнирно закрепленный на платформе, опирается на ось C ползуна и скользит по ней, $AB = a$. Масса платформы равна m_1 , стержня BC — m_2 . К стержню AD приложен момент M , к платформе — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня AD φ .

Задача 30.13.

Стержень BC длины a шарнирно соединяет горизонтально скользящую призму и вертикальный шток C . Стержень $AC = a$ соединен с осью диска A радиуса r , который катится по наклонной грани призмы. Масса призмы равна m_1 , стержня AC — m_2 . К диску приложен момент M , к призме — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня BC φ .

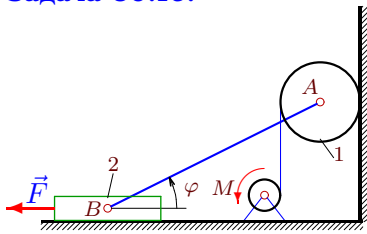
Задача 30.14.

Стержень AD длины $2a$ скользит в муфте C , шарнирно закрепленной на конце стержня $BC = a$, жестко скрепленного с диском массой m_1 радиуса R . Ось диска соединена невесомым стержнем с призмой, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса стержня BC равна m_2 . К стержню AD приложен момент M , к призме — горизонтальная сила F , $AB = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня AD φ .

Задача 30.15.

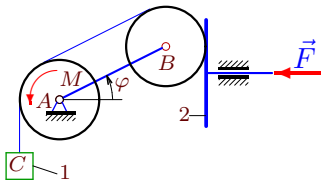
На конце стержня AC , вращающегося вокруг оси B , шарнирно закреплена муфта A массой m_1 и моментом инерции J_1 . Муфта скользит по стержню KD , качающемуся вокруг оси D . На другом конце стержня AC закреплен ползун C , скользящий по поверхности горизонтального поршня. Масса поршня равна m_2 . К стержню KD приложен момент M , к штоку поршня — горизонтальная сила F . Дано: $AB = BD = a$, $BC = b$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня AC φ .

Задача 30.16.



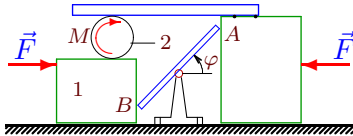
На одном конце стержня AB длиной a шарнирно закреплен ползун B , скользящий по горизонтальной поверхности, на другом — цилиндр радиуса R массой m_1 . Цилиндр катится по вертикальной стенке. Вертикальная нить огибает цилиндр и диск радиуса r , закрепленный на основании. Масса ползуна B равна m_2 . К диску приложен момент M , к ползуну — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.17.



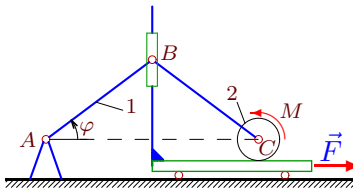
Цилиндры одинакового радиуса R , расположенные по концам кривошипа AB длиной a , огибает нить. К нити подвешен груз массой m_1 . Цилиндр B катится по поверхности горизонтального поршня, цилиндр A вращается на неподвижном шарнире. Масса поршня равна m_2 . К цилиндру A приложен момент M , к поршню — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.18.



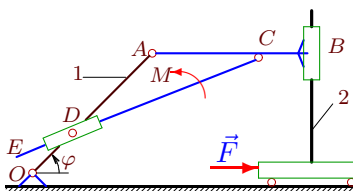
Концы кривошипа длиной $2a$, закрепленного в центре на неподвижном шарнире, скользят по вертикальным плоскостям двух блоков, лежащих на гладкой плоскости. По блоку B катится цилиндр радиуса R . Горизонтальный брус лежит на цилиндре и закреплен на невесомом блоке A . Масса блока B равна m_1 , цилиндра — m_2 . К цилиндру приложен момент M , к блокам — горизонтальные силы F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.19.



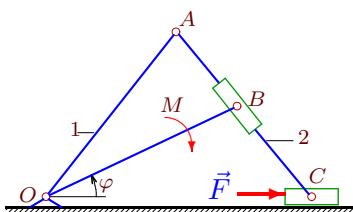
Шарнир B двухзвенника ABC , $AB = BC = a$, закреплен на ползуне, скользящем по вертикальной стойке подвижной тележки. Цилиндр радиуса R катится по тележке. Масса стержня AB равна m_1 , цилиндра — m_2 . К цилиндру приложен момент M , к тележке — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня AB φ .

Задача 30.20.



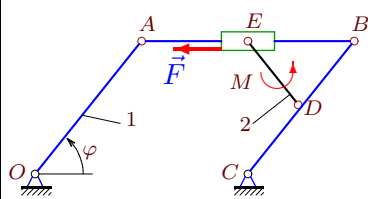
Горизонтальный стержень AB жестко соединен с муфтой B . Муфта скользит по вертикальному стержню, закрепленному на подвижной тележке. На кривошипе OA длиной a закреплена качающаяся муфта D , в которой скользит стержень CE , шарнирно прикрепленный к стержню AB . Масса кривошипа равна m_1 , тележки вместе с вертикальным стержнем — m_2 ; $AC = AD = b$, $CE = L$. К стержню CE приложен момент M , к тележке — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.21.



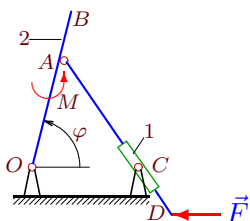
На стержень AC двухзвенника OAC надета невесомая муфта B , шарнирно закрепленная на кривошипе OB длиной a . К кривошипу приложен момент M , к ползуну C , скользящему по горизонтальной поверхности, сила F ; $OA = AC = a$. Масса стержня OA равна m_1 , масса стержня AC — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.22.



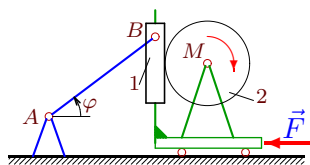
На горизонтальном стержне AB шарнирного параллелограмма $OABC$ надета невесомая муфта E , соединенная стержнем DE с серединой кривошипа BC . К стержню DE приложен момент M , к муфте E — горизонтальная сила F ; $OA = CB = 2a$, $DE = a$. Масса кривошипа OA равна m_1 , масса стержня DE — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.23.



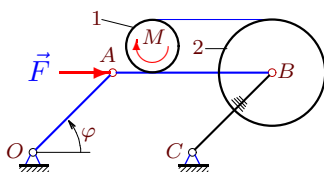
Стержень AD длиной a , скользящий в качающейся муфте C , соединен шарниром A с кривошипом OB . На кривошип OB действует момент M , к точке D приложена горизонтальная сила F ; $OA = CO = b$. Масса муфты, закрепленной на шарнире в центре масс, равна m_1 , момент инерции муфты — J_1 . Масса кривошипа OB равна m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.24.



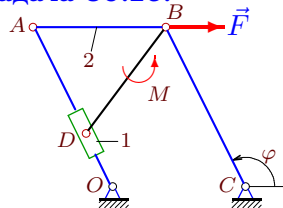
На тележке закреплен диск радиусом R , касающийся муфты B . Муфта скользит по вертикальной стойке, закрепленной на тележке. На диск действует момент M , к тележке приложена горизонтальная сила F . Длина кривошипа AB равна a . Масса муфты равна m_1 , масса диска — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.25.



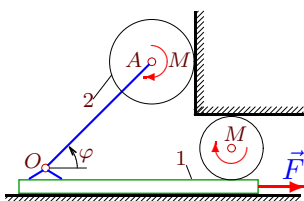
На горизонтальном стержне AB шарнирного параллелограмма $OABC$ расположен цилиндр радиуса r массой m_1 , связанный нитью с цилиндром B радиуса $2r$. Стержень BC жестко соединен с цилиндром B . К меньшему цилиндру приложен момент M , к шарниру A — горизонтальная сила F ; $OA = CB = a$. Масса цилиндра B равна m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол φ .

Задача 30.26.



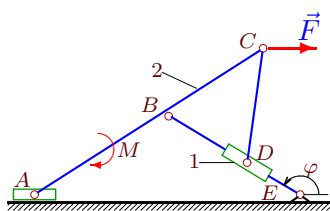
На кривошип OA шарнирного параллелограмма $OABC$ надета муфта D , соединенная стержнем DB с шарниром B . К стержню DB приложен момент M , к шарниру B — горизонтальная сила F ; $OA = CB = a$, $DB = AB = b$. Масса муфты равна m_1 , масса стержня AB — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол φ .

Задача 30.27.



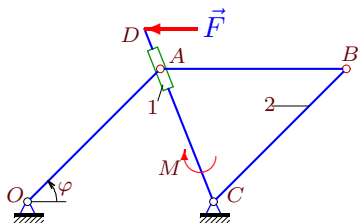
На шарнире A кривошипа OA длиной a , закрепленного на горизонтально скользящем бруске, касаясь вертикальной поверхности, вращается цилиндр радиуса R . Между бруском массой m_1 и горизонтальной поверхностью катается цилиндр радиуса r . К цилиндрам приложены равные моменты M , к бруску — горизонтальная сила F . Масса цилиндра A равна m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.28.



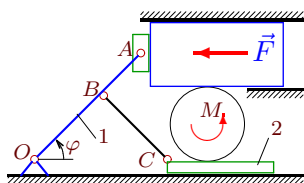
Стержень AC шарнирно соединен со стержнем BE , а шарнир C стержнем DC соединен с муфтой, скользящей по BE . Ползун A скользит по гладкой поверхности. К стержню AC приложен момент M , к шарниру C — горизонтальная сила F ; $AB = BE = a$, $BC = CD = b$. Масса муфты равна m_1 , стержня AC — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня BE φ .

Задача 30.29.



Муфта, шарнирно закрепленная в узле A четырехзвенника $OABC$, надета на кулису DC длиной a ; $OA = AB = BC = OC = b$. На кулису действует момент M , к точке D приложена горизонтальная сила F . Масса муфты равна m_1 , стержня BC — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол φ .

Задача 30.30.



Цилиндр радиуса R катается между нижней поверхностью горизонтального поршня и пластиной, скользящей по плоскости. По боковой поверхности поршня движется ползун, закрепленный на конце кривошипа OA . Пластина прикреплена стержнем BC к кривошипу. К поршню приложена горизонтальная сила F , к цилиндру — момент M ; $OA = a$, $OB = BC = b$. Масса кривошипа равна m_1 , пластины — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .