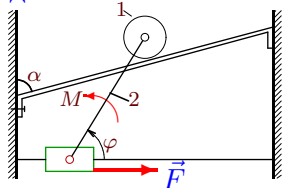


Уравнение Лагранжа для системы с одной степенью свободы

Кирсанов М.Н. **Решebник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.– М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008.– 384 с. (с.300.)

Задача 30.1.

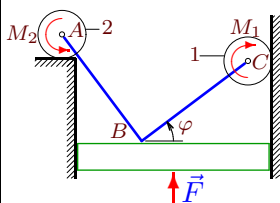
3



Диск массой m_1 радиусом R катится по наклонной балке. Стержень длиной L соединяет муфту, скользящую по горизонтальной направляющей, с осью диска. Момент M приложен к стержню, сила F — к муфте. Масса стержня m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.2.

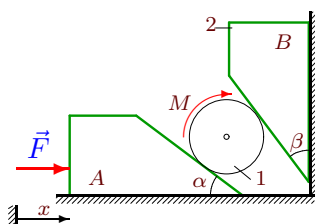
3



Невесомый угольник ABC , касается в точке B гладкой поверхности поршня скользящего в вертикальных направляющих. $AB \perp BC$, $AB = a$, $BC = b$. Диски радиуса r массой m_1 и m_2 шарнирно закреплены в точках A и C . Один диск катится по горизонтальной поверхности, другой — по вертикальной. К дискам приложены моменты M_1 и M_2 , к поршню — вертикальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота угольника φ .

Задача 30.3.

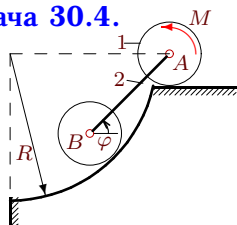
3



Призма A скользит по горизонтальной плоскости, призма B — по вертикальной. Цилиндр радиуса r , зажатый призмами, катится без проскальзывания по их граням. Масса цилиндра равна m_1 , призмы B — m_2 . К диску приложен момент M , к призме A — сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение призмы x .

Задача 30.4.

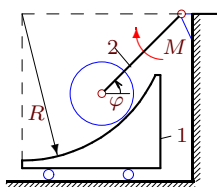
3



Оси двух дисков радиусами r соединены стержнем длиной $3r$. Диск A массой m_1 катится по горизонтальной поверхности, другой — по цилиндрической поверхности радиусом $R = 4r$. К диску A приложен момент M . Масса стержня m_2 , массой диска B пренебречь. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.5.

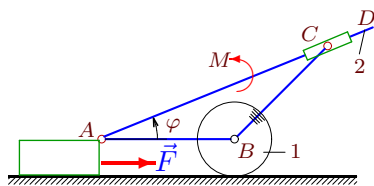
3



Груз массой m_1 движется на невесомых подшипниках по горизонтальной плоскости. По цилиндрической поверхности груза радиусом $R = 3r$ катится диск радиусом r , закрепленный на стержне длиной $2r$. К стержню приложен момент M . Масса стержня m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.6.

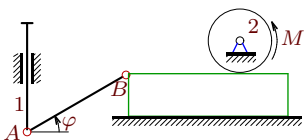
3



Стержень AD длины $2a$ скользит в муфте C , шарнирно закрепленной на конце стержня $BC = a$, жестко скрепленного с диском массой m_1 радиуса R . Ось диска соединена невесомым стержнем с призмой, скользящей по горизонтальной плоскости. Масса стержня AD равна m_2 . К стержню AD приложен момент M , к призме — горизонтальная сила F , $AB = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня AD φ .

Задача 30.7.

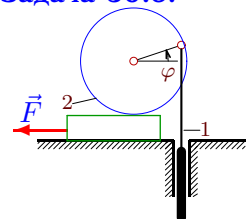
3



Стержень $AB = a$ соединяет вертикальный поршень массой m_1 и горизонтально движущийся брусок. Брусок вращает цилиндр радиуса R массой m_2 . К цилиндру приложен момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.8.

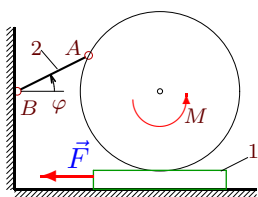
3



Вертикально движущийся поршень массой m_1 закреплен шарнирно на ободе диска радиусом R . Диск без проскальзывания катится по пластине, лежащей на гладкой плоскости. К пластине приложена сила F . Масса диска m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска φ .

Задача 30.9.

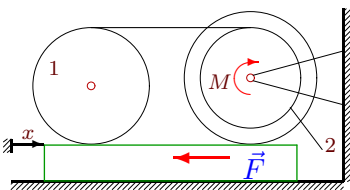
3



Точка A обода диска радиусом R соединена стержнем длиной R с неподвижным шарниром B , расположенным на одной высоте с центром диска. Диск катится без проскальзывания по пластине, расположенной на гладком основании. Масса пластины m_1 , масса стержня — m_2 . Момент M приложен к диску, горизонтальная сила F — к пластине. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.10.

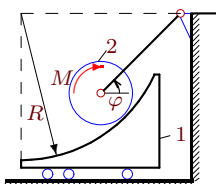
3



Цилиндр массой m_1 катится без проскальзывания по бруску, скользящему по гладкой горизонтальной поверхности. По этому же бруску катится и блок (внешний радиус R , внутренний — r) с неподвижной осью. Цилиндр и блок огибает горизонтальная нить. Масса блока m_2 . Момент инерции блока J . На блок действует момент M , на брусок — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять координату x бруска.

Задача 30.11.

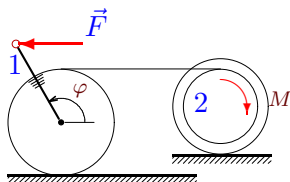
3



Груз массой m_1 движется на невесомых подшипниках по горизонтальной плоскости. По цилиндрической поверхности груза радиусом $R = 4r$ катится диск радиусом r , закрепленный на стержне длиной $3r$. К диску приложен момент M . Масса диска m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.12.

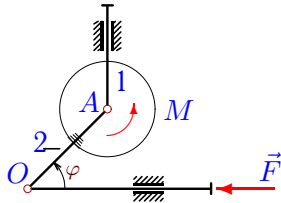
3



Цилиндр радиуса R жестко соединен с однородным стержнем массой m_1 длиной a . Нить, параллельная основанию, по которому катится цилиндр, связывает его с внутренним ободом блока массой m_2 . Радиусы блока R_0 и r_0 , момент инерции J_0 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.13.

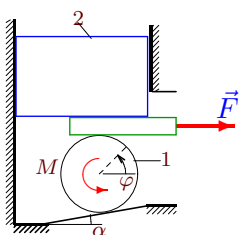
3



На вертикальном штоке шарнирно закреплен однородный диск 1 радиуса R массой m_1 . Диск жестко соединен со стержнем 2 массой m_2 . К диску приложен момент M , к штоку — сила F ; $AO = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.14.

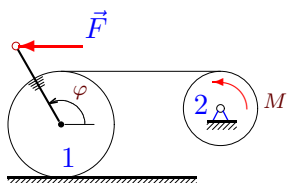
3



Между диском радиусом R и прессом зажата пластина, скользящая по гладкой поверхности прессы. Диск катится по наклонной (α) поверхности. Масса диска m_1 , прессы — m_2 . К диску приложен момент M , к пластине — горизонтальная сила F . Проскальзывание в точках контакта диска отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска φ .

Задача 30.15.

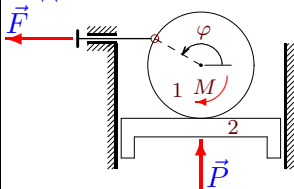
3



Цилиндр массой m_1 радиуса R жестко соединен с невесомым стержнем длиной a . Нить, параллельная основанию, по которому катится цилиндр, связывает его с диском массой m_2 радиуса r . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.16.

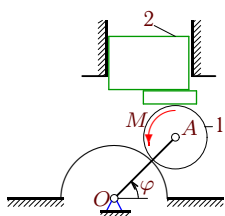
3



Цилиндр массой m_1 радиусом R находится на поверхности поршня массой m_2 . Шток, движущийся в горизонтальных направляющих, шарнирно прикреплен к ободу цилиндра. Момент M приложен к цилиндру, сила P — к поршню, F — к штоку. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.17.

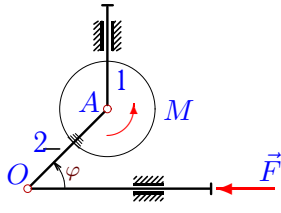
3



Диск радиусом r массы m_1 катится по поверхности неподвижного цилиндра радиусом R и находится в зацеплении с бруском, скользящим по нижней грани прессы массой m_2 , движущегося вертикально. К диску радиуса r приложен момент M , к прессу — вертикальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.18.

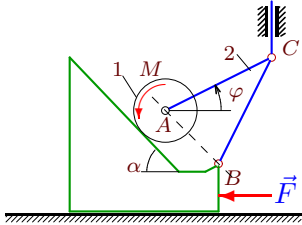
3



На вертикальном штоке шарнирно закреплен однородный диск 1 радиуса R массой m_1 . Диск жестко соединен со стержнем 2 массой m_2 . К диску приложен момент M , к штоку — сила F ; $AO = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.19.

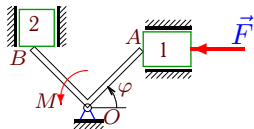
3



Стержень BC длины a шарнирно соединяет горизонтально скользящую призму и вертикальный шток C . Стержень $AC = a$ соединен с осью диска A радиуса r , который катится по наклонной грани призмы. Масса диска A равна m_1 , стержня $AC - m_2$. К диску приложен момент M , к призме — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня $AC \varphi$.

Задача 30.20.

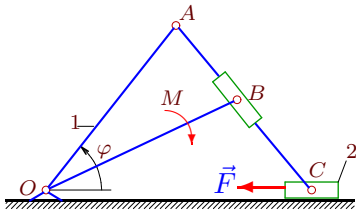
3



Стержни OB и OA жестко скреплены под углом 90° . Брусочки массой m_1 и m_2 движутся в горизонтальных и вертикальных направлениях. Концы стержней A и B скользят по граням брусочков и приводят их в движение; $OA = a$, $OB = b$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.21.

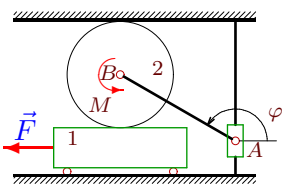
3



На стержень AC двухзвенника OAC надета невесомая муфта B , шарнирно закрепленная на кривошипе OB длиной a . К кривошипу приложен момент M , к ползуну C , скользящему по горизонтальной поверхности, сила F ; $OA = AC = a$. Масса стержня OA равна m_1 , масса ползуна $C - m_2$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня $OA \varphi$.

Задача 30.22.

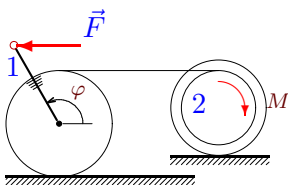
3



По вертикальной направляющей движется муфта A , шарнирно соединенная с диском радиусом R . Верхней точкой обода диск касается горизонтальной поверхности, нижней — бруска массой m_1 на невесомых подшипниках. Масса диска m_2 . $AB = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.23.

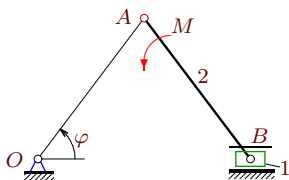
3



Цилиндр радиуса R жестко соединен с однородным стержнем массой m_1 длиной a . Нить, параллельная основанию, по которому катится цилиндр, связывает его с внутренним ободом блока массой m_2 . Радиусы блока R_0 и r_0 , момент инерции J_0 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.24.

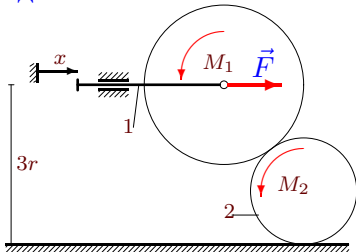
3



Механизм состоит из двух стержней одинаковой длины $OA = AB = a$ и горизонтально движущегося ползуна B массой m_1 . К стержню AB приложен момент M . Масса стержня AB равна m_2 , массой стержня OA пренебречь. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.25.

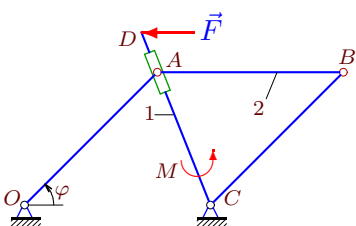
3



Цилиндр радиуса r катится по неподвижной поверхности и находится в зацеплении с цилиндром радиуса $R = 1.5r$, закрепленным шарнирно на горизонтальном штоке. К цилиндрам приложены моменты M_1 и M_2 , к штоку — горизонтальная сила F . Масса штока равна m_1 , масса нижнего цилиндра — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять смещение штока x .

Задача 30.26.

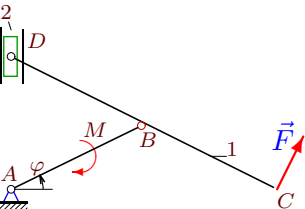
3



Муфта, шарнирно закрепленная в узле A четырехзвенника $OABC$, надета на кулису DC длиной a ; $OA = AB = BC = OC = b$. На кулису действует момент M , к точке D приложена горизонтальная сила F . Масса кулисы равна m_1 , стержня AB — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол φ .

Задача 30.27.

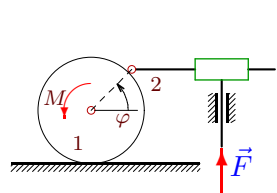
3



Стержень CD массой m_1 и стержень AB шарнирно соединены. $AB = BC = BD = a$. Масса ползуна, скользящего по вертикальной плоскости, равна m_2 . К стержню AB приложен момент M ; сила F перпендикулярна CD . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.28.

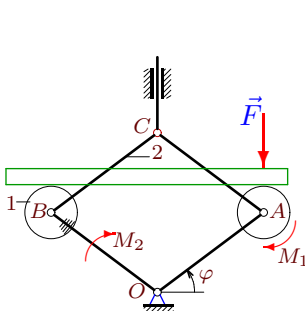
3



Сквозь муфту, закрепленную на вертикальном штоке, скользит горизонтальный стержень, соединенный шарниром с ободом цилиндра. Масса цилиндра m_1 , радиус — R . Масса стержня m_2 . К цилиндру приложен момент M , к штоку — сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.29.

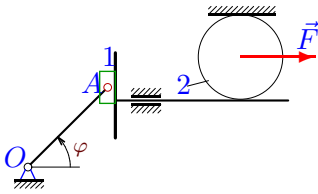
3



Четыре стержня образуют ромб со стороной a . Два стержня шарнирно прикреплены к вертикальному штоку, два — к неподвижному шарниру. На осях A и B вращаются диски радиуса r , на дисках лежит брус. Качение дисков по брусу происходит без проскальзывания. Диск на оси B жестко скреплен со стержнем OB . Масса диска на оси B равна m_1 , стержня BC — m_2 . К диску приложен момент M_1 , к стержню BO — M_2 , к брусу — вертикальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня OB .

Задача 30.30.

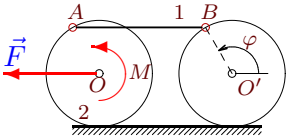
3



Брусок A массы m_1 , закрепленный на кривошипе OA , скользит по поверхности поршня. Поршень приводит в движение цилиндр массы m_2 . К оси цилиндра приложена горизонтальная сила F . $AO = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.31.

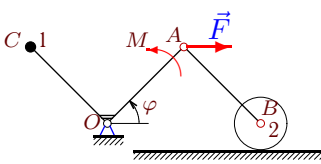
3



Два диска шарнирно соединены стержнем AB массой m_1 . К диску массой m_2 приложен момент M и горизонтальная сила F . Второй диск считать невесомым; $AB \parallel OO'$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.32.

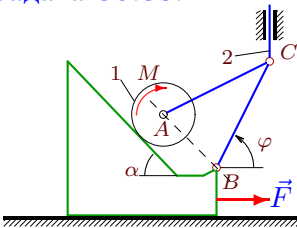
3



Стержни OC и OA жестко скреплены под углом 90° . В точке C расположена масса m_1 . Масса цилиндра — m_2 . К стержню OA приложен момент M . На шарнир A действует сила F . $OA = OC = AB = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.33.

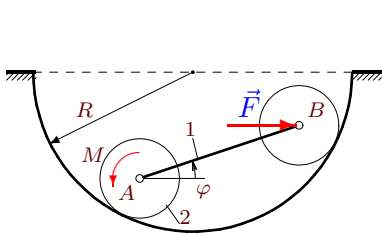
3



Стержень BC длины a шарнирно соединяет горизонтально скользящую призму и вертикальный шток C . Стержень $AC = a$ соединен с осью диска A радиуса r , который катится по наклонной грани призмы. Масса диска A равна m_1 , штока — m_2 . К диску приложен момент M , к призме — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня BC φ .

Задача 30.34.

3



Оси цилиндров одинакового радиуса r соединены стержнем $AB = 3r\sqrt{2}$ массой m_1 . Цилиндры катятся по поверхности радиуса $R = 4r$. Масса цилиндра A равна m_2 . К оси B приложена горизонтальная сила F , к цилиндру A — момент M . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .