

Ответы к задачам см. в табл. 9 на с. 250.

Пример решения

Задача. Механизм состоит из пяти шарнирно соединенных стержней. Три шарнирные опоры крепят механизм к основанию. В указанном положении механизма (рис. 75) известна угловая скорость стержня OA : $\omega_{OA_z} = 4\frac{1}{c}$. Дано: $OA = 2$ см, $AB = 9$ см, $BC = 5$ см, $DE = 6$ см, $AD = FE = 3$ см, $\cos \alpha = 4/5$. В данный момент стержень DE горизонтальный, стержни AB и FE вертикальные. Найти угловые скорости всех звеньев механизма.

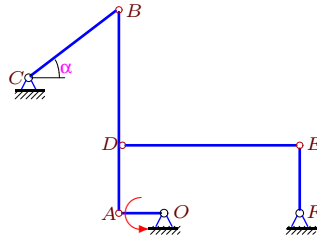


Рис. 75

Решение

Используем метод мгновенных центров скоростей. Вычисляем скорость точки A : $v_A = \omega_{OA}OA = 6 \cdot 2 = 12$ см/с. Вектор скорости направим перпендикулярно OA вниз, принимая, что вращение ведущего звена происходит против часовой стрелки¹ (рис. 76).

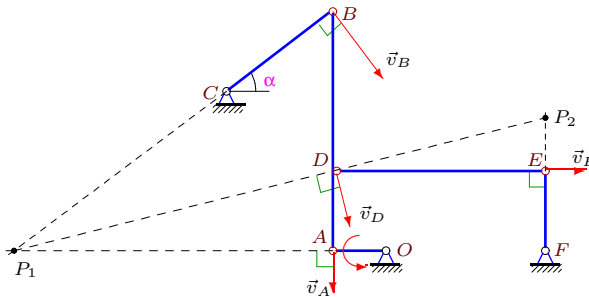


Рис. 76

Вектор скорости \vec{v}_B известен по направлению — перпендикулярно стержню BC . Это позволяет определить положение МЦС стержня AB . Находим точку P_1 пересечения перпендикуляров к векторам скоростей \vec{v}_A и \vec{v}_B . Таким образом, стержень AB совершает мгновенное вращение вокруг P_1 с угловой скоростью ω_{AB} . Для скоростей точек этого стерж-

¹ В данной задаче определяем *модули* угловых скоростей, поэтому ответы не изменятся, если предположить, что ведущее звено вращается по часовой стрелке.

ны справедливы формулы скоростей точек при вращательном движении тела. Скорости пропорциональны расстояниям до центра вращения:

$$v_A = \omega_{AB}AP_1, \quad (2.6)$$

$$v_B = \omega_{AB}BP_1, \quad (2.7)$$

$$v_D = \omega_{AB}DP_1. \quad (2.8)$$

Расстояния до МЦС AP_1 , DP_1 , BP_1 легко вычислить:

$$\text{tg } \alpha = 3/4, \quad \sin \alpha = 3/5, \quad AP_1 = AB \text{ ctg } \alpha = 9 \cdot 4/3 = 12 \text{ см},$$

$$BP_1 = AB/\sin \alpha = 9 \cdot 5/3 = 15 \text{ см}, \quad DP_1 = \sqrt{AP_1^2 + AD^2} = 3\sqrt{17} \text{ см}.$$

Из уравнения (2.6) находим: $\omega_{AB} = v_A/AP_1 = 12/12 = 1$ рад/с. Согласно (2.7) $v_B = 1 \cdot 15 = 15$ см/с. Отсюда определяем угловую скорость вращения стержня BC : $\omega_{BC} = v_B/BP_1 = 15/5 = 3$ рад/с. По формуле (2.8) вычисляем также скорость $v_D = \omega_{AB}DP_1 = 3\sqrt{17}$ см/с.

Переходим к стержню DE . Найдем МЦС стержня. Величина и направление вектора скорости точки D уже известны. Вектор \vec{v}_E перпендикулярен EF . На пересечении перпендикуляров к векторам скоростей \vec{v}_E и \vec{v}_D находится точка P_2 — МЦС стержня DE . Скорости точек стержня удовлетворяют соотношениям

$$v_E = \omega_{DE}EP_2, \quad (2.9)$$

$$v_D = \omega_{DE}DP_2. \quad (2.10)$$

Расстояния EP_2 и DP_2 находим из подобия треугольников P_1DA и DP_2E : $AP_1/DE = 12/6 = DP_1/DP_2 = AD/EP_2$, откуда $DP_2 = = (3/2)\sqrt{17}$, $EP_2 = 1.5$ см. Из (2.10) находим: $\omega_{DE} = v_D/DP_2 = = 2$ рад/с. Вычисляем скорость $v_E = \omega_{DE}EP_2 = 2 \cdot 1.5 = 3$ см/с. Отсюда получаем угловую скорость стержня EF : $\omega_{DE} = v_E/EF = = 3/3 = 1$ рад/с.

Марле программа, иллюстрирующая движение рассчитываемого механизма дана на с. 233.