

## Общее уравнение динамики 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза  $A$ , блока  $B$  (большой радиус  $R$ , меньший  $r$ , радиус инерции  $i_B$ ) и цилиндра  $C$  радиусом  $R_C$ . Механизм установлен на призме  $D$ , закрепленной на осях двух однородных цилиндров  $E$ . К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила  $F$ . Качение цилиндра  $C$  (блока  $B$ ) и цилиндров  $E$  происходит без проскальзывания. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

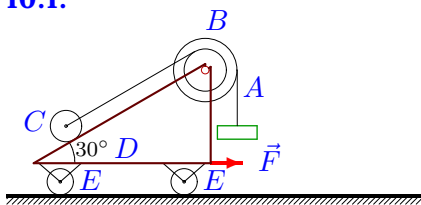
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{x}_1 + a_{12}\ddot{x}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{x}_1 + a_{22}\ddot{x}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты:  $x_1$  — горизонтальное смещение призмы  $D$ ,  $x_2$  — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{22}$  в кг, обобщенные силы  $Q_1$ ,  $Q_2$  — в Н и ускорение призмы  $a_D$  в проекции на ось  $x$  — в  $\text{м/с}^2$ .

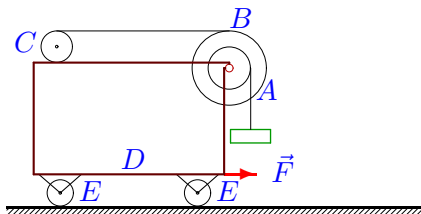
Кирсанов М.Н. **Решebник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.— М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008.— 384 с. (с.318.)

### Задача 10.1.



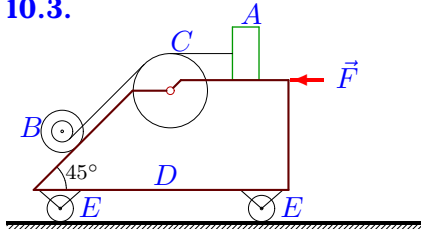
	$m_A = 6 \text{ кг},$	1
$R_B = 60 \text{ см},$	$m_B = 3 \text{ кг},$	
$r_B = 40 \text{ см},$	$m_C = 9 \text{ кг},$	
$R_C = 30 \text{ см},$	$m_D = 1 \text{ кг},$	
$i_B = 51 \text{ см},$	$m_E = 4 \text{ кг},$	
$R_E = 31 \text{ см},$	$F = 11 \text{ Н}.$	

### Задача 10.2.



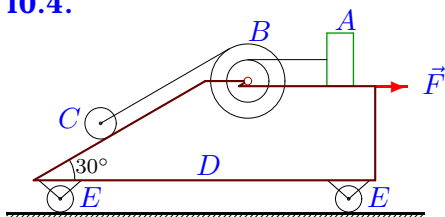
	$m_A = 18 \text{ кг},$	1
$R_B = 70 \text{ см},$	$m_B = 6 \text{ кг},$	
$r_B = 40 \text{ см},$	$m_C = 19 \text{ кг},$	
$R_C = 30 \text{ см},$	$m_D = 2 \text{ кг},$	
$i_B = 59 \text{ см},$	$m_E = 6 \text{ кг},$	
$R_E = 31 \text{ см},$	$F = 7 \text{ Н}.$	

### Задача 10.3.



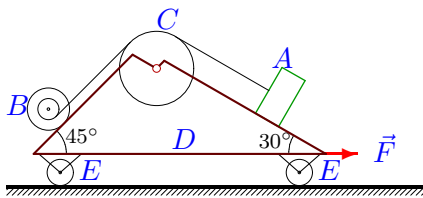
	$m_A = 12 \text{ кг},$	1
$R_B = 16 \text{ см},$	$m_B = 6 \text{ кг},$	
$r_B = 8 \text{ см},$	$m_C = 19 \text{ кг},$	
$R_C = 28 \text{ см},$	$m_D = 2 \text{ кг},$	
$i_B = 14 \text{ см},$	$m_E = 3 \text{ кг},$	
$R_E = 29 \text{ см},$	$F = 24 \text{ Н}.$	

### Задача 10.4.



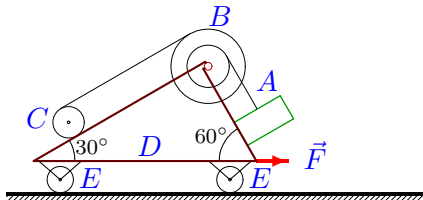
	$m_A = 6 \text{ кг},$	1
$R_B = 28 \text{ см},$	$m_B = 3 \text{ кг},$	
$r_B = 16 \text{ см},$	$m_C = 18 \text{ кг},$	
$R_C = 12 \text{ см},$	$m_D = 1 \text{ кг},$	
$i_B = 23 \text{ см},$	$m_E = 2 \text{ кг},$	
$R_E = 13 \text{ см},$	$F = 29 \text{ Н}.$	

**Задача 10.5.**



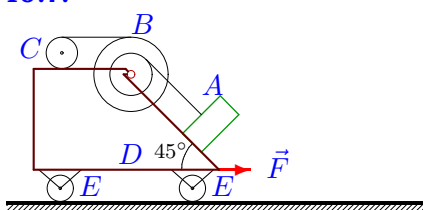
$m_A = 12 \text{ кг},$   
 $R_B = 24 \text{ см},$   
 $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 12 \text{ см},$   
 $m_C = 22 \text{ кг},$   
 $R_c = 42 \text{ см},$   
 $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 20 \text{ см},$   
 $m_E = 2 \text{ кг},$   
 $R_E = 43 \text{ см},$   
 $F = 25 \text{ Н}.$

**Задача 10.6.**



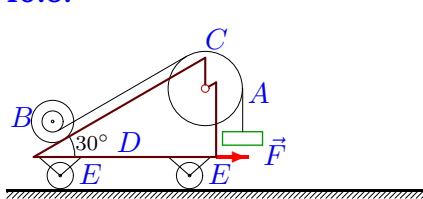
$m_A = 9 \text{ кг},$   
 $R_B = 56 \text{ см},$   
 $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 32 \text{ см},$   
 $m_C = 18 \text{ кг},$   
 $R_c = 24 \text{ см},$   
 $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 45 \text{ см},$   
 $m_E = 6 \text{ кг},$   
 $R_E = 25 \text{ см},$   
 $F = 23 \text{ Н}.$

**Задача 10.7.**



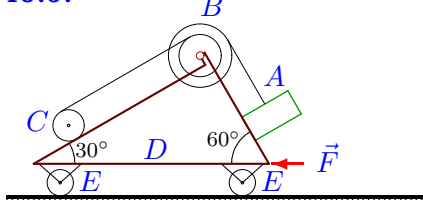
$m_A = 18 \text{ кг},$   
 $R_B = 42 \text{ см},$   
 $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 24 \text{ см},$   
 $m_C = 26 \text{ кг},$   
 $R_c = 18 \text{ см},$   
 $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 37 \text{ см},$   
 $m_E = 6 \text{ кг},$   
 $R_E = 19 \text{ см},$   
 $F = 21 \text{ Н}.$

**Задача 10.8.**



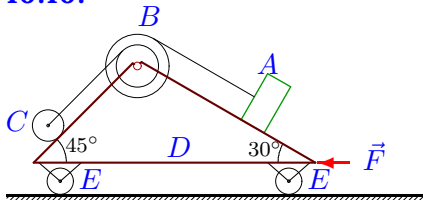
$m_A = 9 \text{ кг},$   
 $R_B = 40 \text{ см},$   
 $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 20 \text{ см},$   
 $m_C = 17 \text{ кг},$   
 $R_c = 70 \text{ см},$   
 $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 31 \text{ см},$   
 $m_E = 4 \text{ кг},$   
 $R_E = 71 \text{ см},$   
 $F = 21 \text{ Н}.$

**Задача 10.9.**



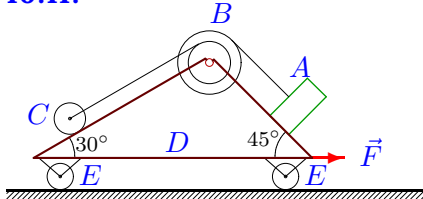
$m_A = 9 \text{ кг},$   
 $R_B = 48 \text{ см},$   
 $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 32 \text{ см},$   
 $m_C = 12 \text{ кг},$   
 $R_c = 24 \text{ см},$   
 $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 41 \text{ см},$   
 $m_E = 5 \text{ кг},$   
 $R_E = 25 \text{ см},$   
 $F = 16 \text{ Н}.$

**Задача 10.10.**



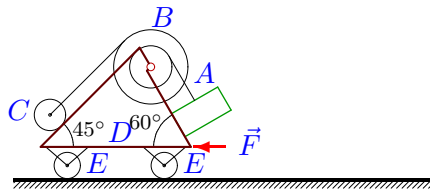
$m_A = 9 \text{ кг},$   
 $R_B = 36 \text{ см},$   
 $m_B = 3 \text{ кг},$   
 $r_B = 24 \text{ см},$   
 $m_C = 15 \text{ кг},$   
 $R_c = 18 \text{ см},$   
 $m_D = 1 \text{ кг},$   
 $i_B = 32 \text{ см},$   
 $m_E = 3 \text{ кг},$   
 $R_E = 19 \text{ см},$   
 $F = 22 \text{ Н}.$

**Задача 10.11.**



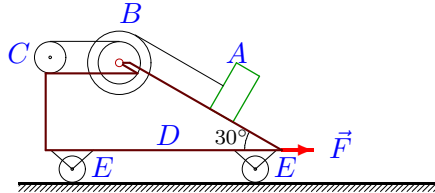
$m_A = 12 \text{ кг},$   
 $R_B = 60 \text{ см},$   
 $m_B = 3 \text{ кг},$   
 $r_B = 40 \text{ см},$   
 $m_C = 21 \text{ кг},$   
 $R_c = 30 \text{ см},$   
 $m_D = 1 \text{ кг},$   
 $i_B = 53 \text{ см},$   
 $m_E = 6 \text{ кг},$   
 $R_E = 31 \text{ см},$   
 $F = 23 \text{ Н}.$

**Задача 10.12.**



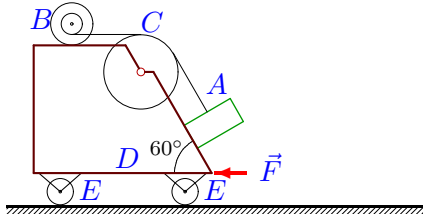
$$\begin{aligned}
 m_A &= 9 \text{ кг}, & R_B &= 70 \text{ см}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, & r_B &= 40 \text{ см}, \\
 m_C &= 18 \text{ кг}, & R_C &= 30 \text{ см}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, & i_B &= 57 \text{ см}, \\
 m_E &= 5 \text{ кг}, & R_E &= 31 \text{ см}, \\
 F &= 28 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача 10.13.**



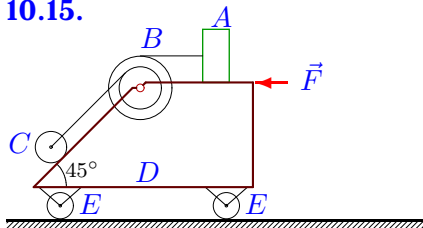
$$\begin{aligned}
 m_A &= 18 \text{ кг}, & R_B &= 24 \text{ см}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, & r_B &= 16 \text{ см}, \\
 m_C &= 23 \text{ кг}, & R_C &= 12 \text{ см}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, & i_B &= 24 \text{ см}, \\
 m_E &= 6 \text{ кг}, & R_E &= 13 \text{ см}, \\
 F &= 15 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача 10.14.**



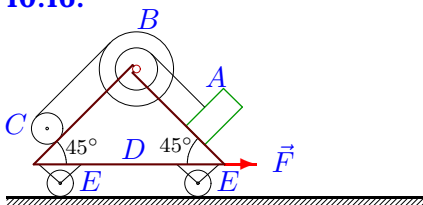
$$\begin{aligned}
 m_A &= 18 \text{ кг}, & R_B &= 32 \text{ см}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, & r_B &= 16 \text{ см}, \\
 m_C &= 29 \text{ кг}, & R_C &= 56 \text{ см}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, & i_B &= 28 \text{ см}, \\
 m_E &= 5 \text{ кг}, & R_E &= 57 \text{ см}, \\
 F &= 32 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача 10.15.**



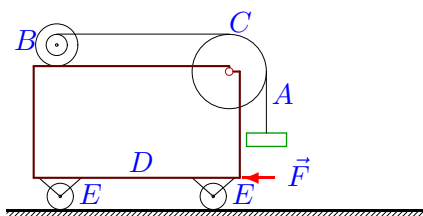
$$\begin{aligned}
 m_A &= 9 \text{ кг}, & R_B &= 24 \text{ см}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, & r_B &= 16 \text{ см}, \\
 m_C &= 13 \text{ кг}, & R_C &= 12 \text{ см}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, & i_B &= 22 \text{ см}, \\
 m_E &= 5 \text{ кг}, & R_E &= 13 \text{ см}, \\
 F &= 18 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача 10.16.**



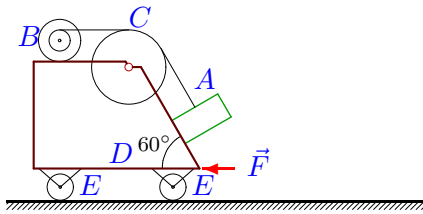
$$\begin{aligned}
 m_A &= 12 \text{ кг}, & R_B &= 56 \text{ см}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, & r_B &= 32 \text{ см}, \\
 m_C &= 24 \text{ кг}, & R_C &= 24 \text{ см}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, & i_B &= 46 \text{ см}, \\
 m_E &= 6 \text{ кг}, & R_E &= 25 \text{ см}, \\
 F &= 29 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача 10.17.**



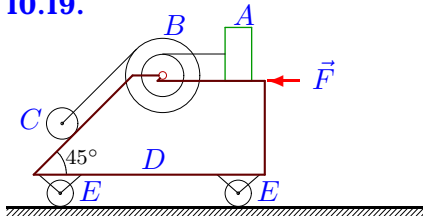
$$\begin{aligned}
 m_A &= 15 \text{ кг}, & R_B &= 40 \text{ см}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, & r_B &= 20 \text{ см}, \\
 m_C &= 26 \text{ кг}, & R_C &= 70 \text{ см}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, & i_B &= 34 \text{ см}, \\
 m_E &= 3 \text{ кг}, & R_E &= 71 \text{ см}, \\
 F &= 32 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

**Задача 10.18.**



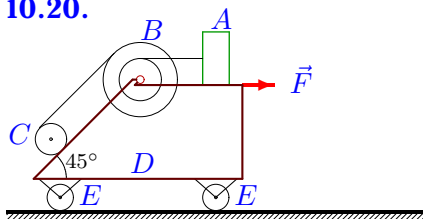
$m_A = 15 \text{ кг,}$   
 $R_B = 32 \text{ см,}$   $m_B = 3 \text{ кг,}$   
 $r_B = 16 \text{ см,}$   $m_C = 26 \text{ кг,}$   
 $R_c = 56 \text{ см,}$   $m_D = 1 \text{ кг,}$   
 $i_B = 28 \text{ см,}$   $m_E = 3 \text{ кг,}$   
 $R_E = 57 \text{ см,}$   $F = 32 \text{ Н.}$

**Задача 10.19.**



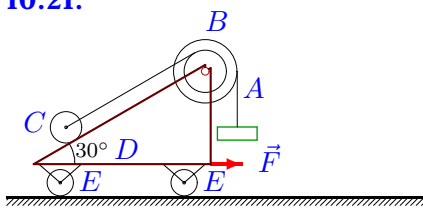
$m_A = 9 \text{ кг,}$   
 $R_B = 28 \text{ см,}$   $m_B = 3 \text{ кг,}$   
 $r_B = 16 \text{ см,}$   $m_C = 12 \text{ кг,}$   
 $R_c = 12 \text{ см,}$   $m_D = 1 \text{ кг,}$   
 $i_B = 24 \text{ см,}$   $m_E = 3 \text{ кг,}$   
 $R_E = 13 \text{ см,}$   $F = 16 \text{ Н.}$

**Задача 10.20.**



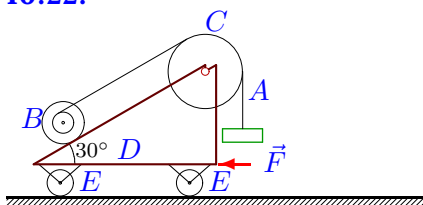
$m_A = 12 \text{ кг,}$   
 $R_B = 28 \text{ см,}$   $m_B = 6 \text{ кг,}$   
 $r_B = 16 \text{ см,}$   $m_C = 23 \text{ кг,}$   
 $R_c = 12 \text{ см,}$   $m_D = 2 \text{ кг,}$   
 $i_B = 24 \text{ см,}$   $m_E = 6 \text{ кг,}$   
 $R_E = 13 \text{ см,}$   $F = 27 \text{ Н.}$

**Задача 10.21.**



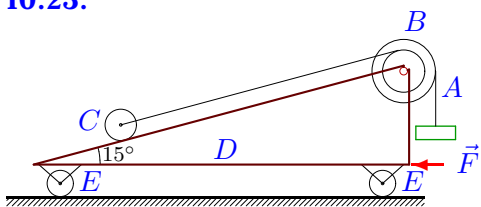
$m_A = 6 \text{ кг,}$   
 $R_B = 60 \text{ см,}$   $m_B = 3 \text{ кг,}$   
 $r_B = 40 \text{ см,}$   $m_C = 9 \text{ кг,}$   
 $R_c = 30 \text{ см,}$   $m_D = 1 \text{ кг,}$   
 $i_B = 51 \text{ см,}$   $m_E = 6 \text{ кг,}$   
 $R_E = 31 \text{ см,}$   $F = 11 \text{ Н.}$

**Задача 10.22.**



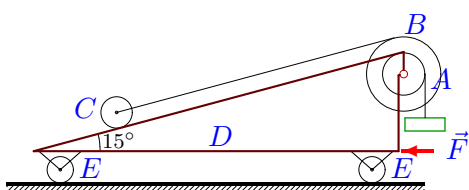
$m_A = 6 \text{ кг,}$   
 $R_B = 40 \text{ см,}$   $m_B = 3 \text{ кг,}$   
 $r_B = 20 \text{ см,}$   $m_C = 11 \text{ кг,}$   
 $R_c = 70 \text{ см,}$   $m_D = 1 \text{ кг,}$   
 $i_B = 31 \text{ см,}$   $m_E = 5 \text{ кг,}$   
 $R_E = 71 \text{ см,}$   $F = 20 \text{ Н.}$

**Задача 10.23.**



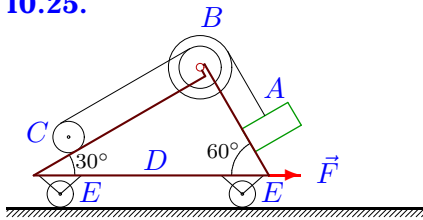
$m_A = 12 \text{ кг,}$   
 $R_B = 24 \text{ см,}$   $m_B = 3 \text{ кг,}$   
 $r_B = 16 \text{ см,}$   $m_C = 21 \text{ кг,}$   
 $R_c = 12 \text{ см,}$   $m_D = 1 \text{ кг,}$   
 $i_B = 23 \text{ см,}$   $m_E = 5 \text{ кг,}$   
 $R_E = 13 \text{ см,}$   $F = 28 \text{ Н.}$

**Задача 10.24.**



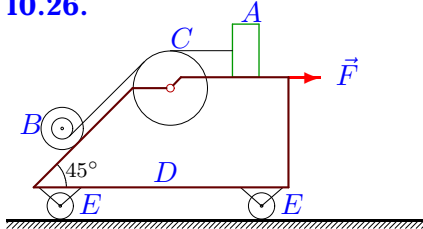
$m_A = 12 \text{ кг,}$   
 $R_B = 28 \text{ см,}$   $m_B = 3 \text{ кг,}$   
 $r_B = 16 \text{ см,}$   $m_C = 23 \text{ кг,}$   
 $R_c = 12 \text{ см,}$   $m_D = 1 \text{ кг,}$   
 $i_B = 25 \text{ см,}$   $m_E = 3 \text{ кг,}$   
 $R_E = 13 \text{ см,}$   $F = 32 \text{ Н.}$

**Задача 10.25.**



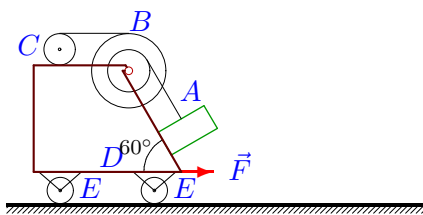
$m_A = 9 \text{ кг},$   
 $R_B = 48 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 32 \text{ см},$   $m_C = 14 \text{ кг},$   
 $R_C = 24 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 41 \text{ см},$   $m_E = 6 \text{ кг},$   
 $R_E = 25 \text{ см},$   $F = 15 \text{ Н}.$

**Задача 10.26.**



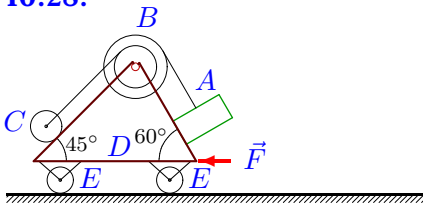
$m_A = 12 \text{ кг},$   
 $R_B = 16 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 8 \text{ см},$   $m_C = 14 \text{ кг},$   
 $R_C = 28 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 14 \text{ см},$   $m_E = 4 \text{ кг},$   
 $R_E = 29 \text{ см},$   $F = 9 \text{ Н}.$

**Задача 10.27.**



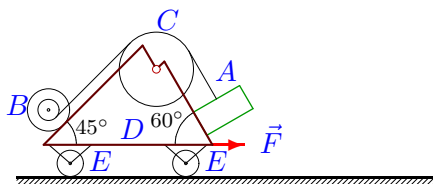
$m_A = 18 \text{ кг},$   
 $R_B = 56 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 32 \text{ см},$   $m_C = 19 \text{ кг},$   
 $R_C = 24 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 48 \text{ см},$   $m_E = 4 \text{ кг},$   
 $R_E = 25 \text{ см},$   $F = 7 \text{ Н}.$

**Задача 10.28.**



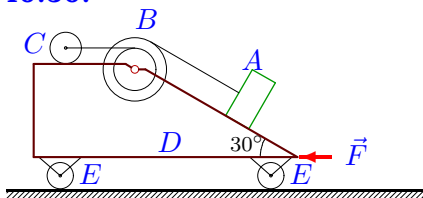
$m_A = 9 \text{ кг},$   
 $R_B = 60 \text{ см},$   $m_B = 3 \text{ кг},$   
 $r_B = 40 \text{ см},$   $m_C = 21 \text{ кг},$   
 $R_C = 30 \text{ см},$   $m_D = 1 \text{ кг},$   
 $i_B = 52 \text{ см},$   $m_E = 5 \text{ кг},$   
 $R_E = 31 \text{ см},$   $F = 34 \text{ Н}.$

**Задача 10.29.**



$m_A = 12 \text{ кг},$   
 $R_B = 40 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 20 \text{ см},$   $m_C = 17 \text{ кг},$   
 $R_C = 70 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 32 \text{ см},$   $m_E = 6 \text{ кг},$   
 $R_E = 71 \text{ см},$   $F = 15 \text{ Н}.$

**Задача 10.30.**



$m_A = 15 \text{ кг},$   
 $R_B = 24 \text{ см},$   $m_B = 3 \text{ кг},$   
 $r_B = 16 \text{ см},$   $m_C = 27 \text{ кг},$   
 $R_C = 12 \text{ см},$   $m_D = 1 \text{ кг},$   
 $i_B = 24 \text{ см},$   $m_E = 5 \text{ кг},$   
 $R_E = 13 \text{ см},$   $F = 34 \text{ Н}.$

**Общее уравнение динамики 2 степени свободы (1)**

№	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{22}$	$Q_1$	$Q_2$	$a_D$
1	31.000	5.196	14.167	11.000	29.430	0.007
2	63.000	33.250	52.874	7.000	353.160	-5.110
3	48.000	-20.485	63.875	-24.000	83.241	0.065
4	34.000	-33.280	94.887	29.000	154.508	3.726
5	48.000	-18.878	63.667	25.000	24.381	0.760
6	53.000	-18.140	41.537	23.000	0.792	0.518
7	70.000	70.956	62.120	21.000	249.722	23.916
8	46.000	20.785	55.915	21.000	58.860	-0.023
9	44.000	15.928	15.378	-16.000	113.683	-4.863
10	37.000	-14.865	21.370	-22.000	25.222	-0.167
11	55.000	20.610	28.341	23.000	14.571	0.310
12	46.000	-26.774	97.779	-28.000	142.045	0.282
13	67.000	46.510	27.833	15.000	176.580	26.126
14	70.000	42.000	74.875	-32.000	305.846	-4.383
15	41.000	-15.128	20.188	-18.000	60.118	0.912
16	62.000	-23.335	51.961	29.000	62.430	1.107
17	54.000	2.000	30.297	-32.000	147.150	-0.774
18	54.000	9.500	30.354	-32.000	127.436	-1.409
19	34.000	-23.849	70.875	-16.000	145.671	1.271
20	61.000	-26.231	51.914	27.000	139.601	2.043
21	37.000	5.196	14.167	11.000	29.430	0.006
22	36.000	1.732	13.634	-20.000	49.050	-0.733
23	52.000	13.523	28.755	-28.000	82.174	-1.460
24	48.000	38.879	124.980	-32.000	15.525	-1.026
25	49.000	17.083	15.711	15.000	107.143	-3.336
26	46.000	-20.485	61.375	9.000	83.241	0.939
27	57.000	51.250	53.320	7.000	305.846	-37.077
28	49.000	-14.399	25.253	-34.000	20.653	-0.545
29	55.000	28.971	59.860	15.000	37.416	-0.076
30	61.000	30.990	36.000	-34.000	73.575	-2.836