

Общее уравнение динамики 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза A , блока B (большой радиус R , меньший r , радиус инерции i_B) и цилиндра C радиусом R_C . Механизм установлен на призме D , закрепленной на осях двух однородных цилиндров E . К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила F . Качение цилиндра C (блока B) и цилиндров E происходит без проскальзывания. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

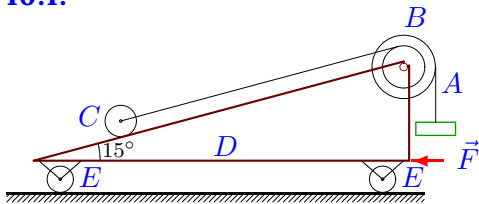
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{x}_1 + a_{12}\ddot{x}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{x}_1 + a_{22}\ddot{x}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты: x_1 — горизонтальное смещение призмы D , x_2 — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы a_{11} , a_{12} , a_{22} в кг, обобщенные силы Q_1 , Q_2 — в Н и ускорение призмы a_D в проекции на ось x — в м/с^2 .

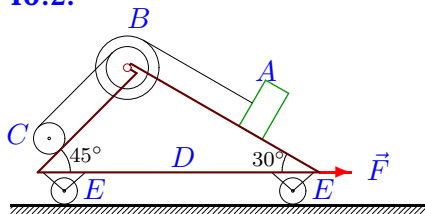
Кирсанов М.Н. **Решebник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 384 с. (с.318.)

Задача 10.1.



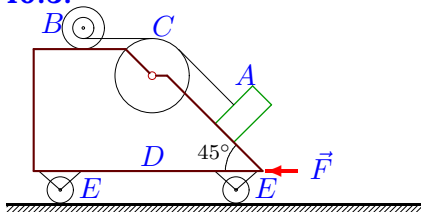
	³
$m_A = 12$ кг,	
$R_B = 24$ см,	$m_B = 3$ кг,
$r_B = 16$ см,	$m_C = 22$ кг,
$R_C = 12$ см,	$m_D = 1$ кг,
$i_B = 23$ см,	$m_E = 3$ кг,
$R_E = 13$ см,	$F = 30$ Н.

Задача 10.2.



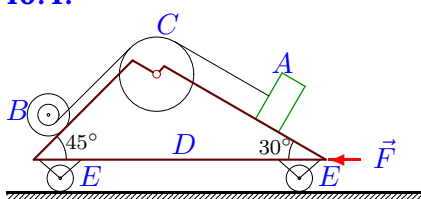
	³
$m_A = 12$ кг,	
$R_B = 36$ см,	$m_B = 6$ кг,
$r_B = 24$ см,	$m_C = 23$ кг,
$R_C = 18$ см,	$m_D = 2$ кг,
$i_B = 32$ см,	$m_E = 6$ кг,
$R_E = 19$ см,	$F = 27$ Н.

Задача 10.3.



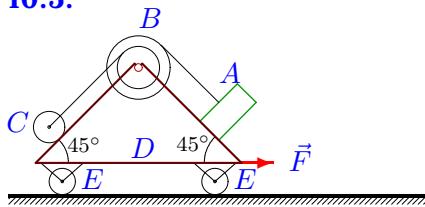
	³
$m_A = 18$ кг,	
$R_B = 24$ см,	$m_B = 6$ кг,
$r_B = 12$ см,	$m_C = 23$ кг,
$R_C = 42$ см,	$m_D = 2$ кг,
$i_B = 22$ см,	$m_E = 3$ кг,
$R_E = 43$ см,	$F = 20$ Н.

Задача 10.4.



	³
$m_A = 12$ кг,	
$R_B = 24$ см,	$m_B = 6$ кг,
$r_B = 12$ см,	$m_C = 16$ кг,
$R_C = 42$ см,	$m_D = 2$ кг,
$i_B = 20$ см,	$m_E = 3$ кг,
$R_E = 43$ см,	$F = 18$ Н.

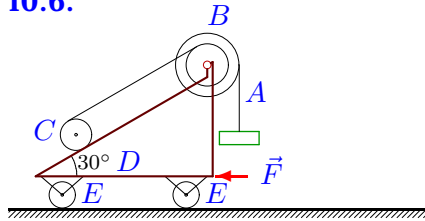
Задача 10.5.



$m_A = 9 \text{ кг},$
 $R_B = 48 \text{ см},$ $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 32 \text{ см},$ $m_C = 21 \text{ кг},$
 $R_c = 24 \text{ см},$ $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 42 \text{ см},$ $m_E = 4 \text{ кг},$
 $R_E = 25 \text{ см},$ $F = 29 \text{ Н}.$

3

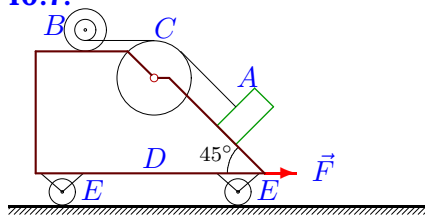
Задача 10.6.



$m_A = 9 \text{ кг},$
 $R_B = 60 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 40 \text{ см},$ $m_C = 18 \text{ кг},$
 $R_c = 30 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 51 \text{ см},$ $m_E = 5 \text{ кг},$
 $R_E = 31 \text{ см},$ $F = 28 \text{ Н}.$

3

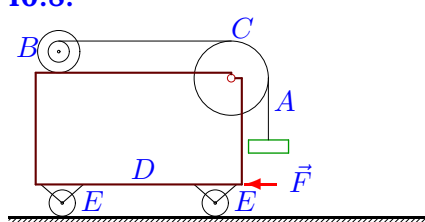
Задача 10.7.



$m_A = 18 \text{ кг},$
 $R_B = 24 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 12 \text{ см},$ $m_C = 22 \text{ кг},$
 $R_c = 42 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 22 \text{ см},$ $m_E = 4 \text{ кг},$
 $R_E = 43 \text{ см},$ $F = 13 \text{ Н}.$

3

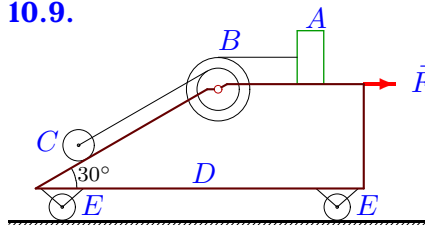
Задача 10.8.



$m_A = 15 \text{ кг},$
 $R_B = 40 \text{ см},$ $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 20 \text{ см},$ $m_C = 26 \text{ кг},$
 $R_c = 70 \text{ см},$ $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 34 \text{ см},$ $m_E = 3 \text{ кг},$
 $R_E = 71 \text{ см},$ $F = 32 \text{ Н}.$

3

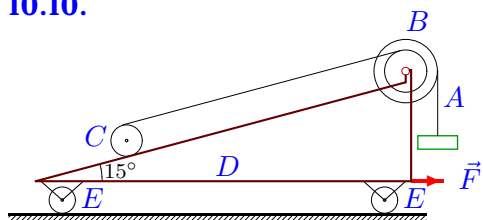
Задача 10.9.



$m_A = 6 \text{ кг},$
 $R_B = 24 \text{ см},$ $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 16 \text{ см},$ $m_C = 8 \text{ кг},$
 $R_c = 12 \text{ см},$ $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 21 \text{ см},$ $m_E = 6 \text{ кг},$
 $R_E = 13 \text{ см},$ $F = 9 \text{ Н}.$

3

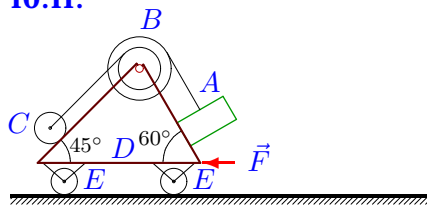
Задача 10.10.



$m_A = 15 \text{ кг},$
 $R_B = 24 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 16 \text{ см},$ $m_C = 19 \text{ кг},$
 $R_c = 12 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 23 \text{ см},$ $m_E = 2 \text{ кг},$
 $R_E = 13 \text{ см},$ $F = 13 \text{ Н}.$

3

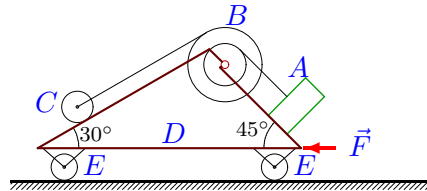
Задача 10.11.



$m_A = 9 \text{ кг},$
 $R_B = 60 \text{ см},$
 $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 40 \text{ см},$
 $m_C = 15 \text{ кг},$
 $R_c = 30 \text{ см},$
 $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 52 \text{ см},$
 $m_E = 3 \text{ кг},$
 $R_E = 31 \text{ см},$
 $F = 22 \text{ Н}.$

3

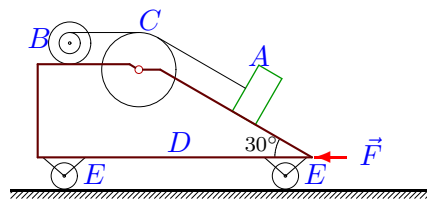
Задача 10.12.



$m_A = 12 \text{ кг},$
 $R_B = 70 \text{ см},$
 $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 40 \text{ см},$
 $m_C = 16 \text{ кг},$
 $R_c = 30 \text{ см},$
 $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 58 \text{ см},$
 $m_E = 3 \text{ кг},$
 $R_E = 31 \text{ см},$
 $F = 18 \text{ Н}.$

3

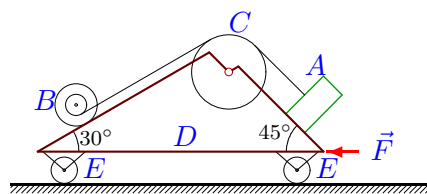
Задача 10.13.



$m_A = 15 \text{ кг},$
 $R_B = 16 \text{ см},$
 $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 8 \text{ см},$
 $m_C = 26 \text{ кг},$
 $R_c = 28 \text{ см},$
 $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 16 \text{ см},$
 $m_E = 5 \text{ кг},$
 $R_E = 29 \text{ см},$
 $F = 32 \text{ Н}.$

3

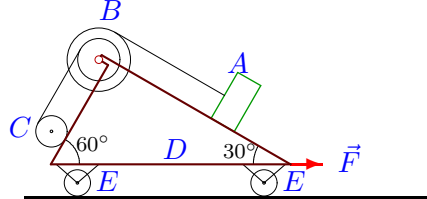
Задача 10.14.



$m_A = 9 \text{ кг},$
 $R_B = 24 \text{ см},$
 $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 12 \text{ см},$
 $m_C = 19 \text{ кг},$
 $R_c = 42 \text{ см},$
 $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 19 \text{ см},$
 $m_E = 3 \text{ кг},$
 $R_E = 43 \text{ см},$
 $F = 30 \text{ Н}.$

3

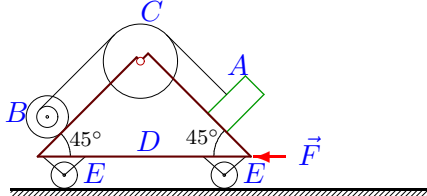
Задача 10.15.



$m_A = 15 \text{ кг},$
 $R_B = 48 \text{ см},$
 $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 32 \text{ см},$
 $m_C = 19 \text{ кг},$
 $R_c = 24 \text{ см},$
 $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 43 \text{ см},$
 $m_E = 6 \text{ кг},$
 $R_E = 25 \text{ см},$
 $F = 13 \text{ Н}.$

3

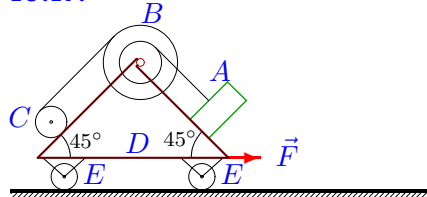
Задача 10.16.



$m_A = 9 \text{ кг},$
 $R_B = 32 \text{ см},$
 $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 16 \text{ см},$
 $m_C = 10 \text{ кг},$
 $R_c = 56 \text{ см},$
 $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 26 \text{ см},$
 $m_E = 5 \text{ кг},$
 $R_E = 57 \text{ см},$
 $F = 12 \text{ Н}.$

3

Задача 10.17.

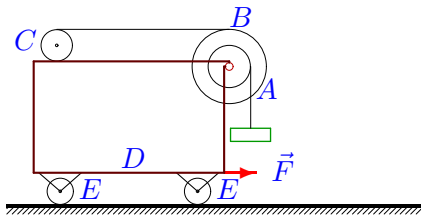


$m_A = 12 \text{ кг},$
 $R_B = 56 \text{ см},$
 $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 32 \text{ см},$
 $m_C = 24 \text{ кг},$
 $R_c = 24 \text{ см},$
 $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 46 \text{ см},$
 $m_E = 2 \text{ кг},$
 $R_E = 25 \text{ см},$
 $F = 29 \text{ Н}.$

3

Задача 10.18.

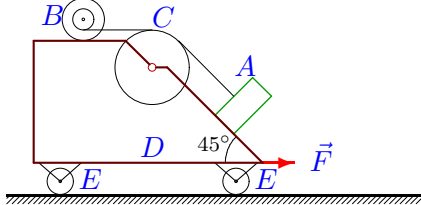
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 18 \text{ кг}, & R_B &= 70 \text{ см}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, & r_B &= 40 \text{ см}, \\
 m_C &= 21 \text{ кг}, & R_C &= 30 \text{ см}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, & i_B &= 59 \text{ см}, \\
 m_E &= 6 \text{ кг}, & R_E &= 31 \text{ см}, \\
 F &= 11 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.19.

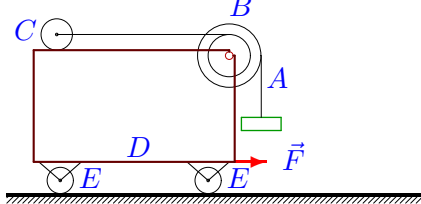
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 18 \text{ кг}, & R_B &= 24 \text{ см}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, & r_B &= 12 \text{ см}, \\
 m_C &= 20 \text{ кг}, & R_C &= 42 \text{ см}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, & i_B &= 22 \text{ см}, \\
 m_E &= 4 \text{ кг}, & R_E &= 43 \text{ см}, \\
 F &= 9 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.20.

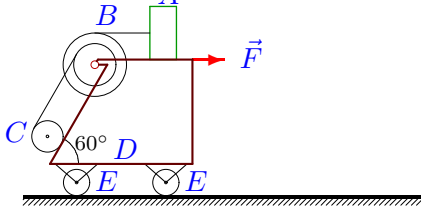
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 15 \text{ кг}, & R_B &= 60 \text{ см}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, & r_B &= 40 \text{ см}, \\
 m_C &= 18 \text{ кг}, & R_C &= 30 \text{ см}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, & i_B &= 54 \text{ см}, \\
 m_E &= 4 \text{ кг}, & R_E &= 31 \text{ см}, \\
 F &= 11 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.21.

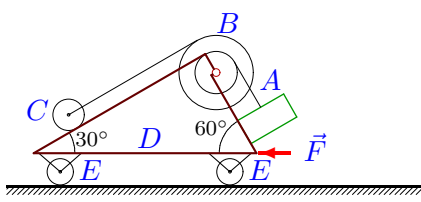
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 15 \text{ кг}, & R_B &= 36 \text{ см}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, & r_B &= 24 \text{ см}, \\
 m_C &= 26 \text{ кг}, & R_C &= 18 \text{ см}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, & i_B &= 33 \text{ см}, \\
 m_E &= 2 \text{ кг}, & R_E &= 19 \text{ см}, \\
 F &= 27 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.22.

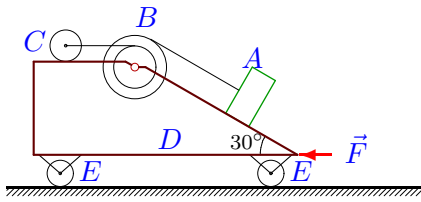
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 6 \text{ кг}, & R_B &= 56 \text{ см}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, & r_B &= 32 \text{ см}, \\
 m_C &= 16 \text{ кг}, & R_C &= 24 \text{ см}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, & i_B &= 45 \text{ см}, \\
 m_E &= 5 \text{ кг}, & R_E &= 25 \text{ см}, \\
 F &= 30 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.23.

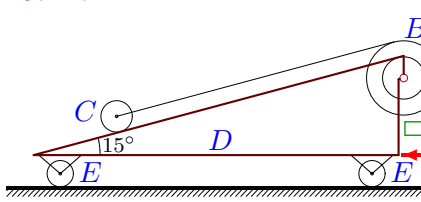
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 15 \text{ кг}, & R_B &= 24 \text{ см}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, & r_B &= 16 \text{ см}, \\
 m_C &= 16 \text{ кг}, & R_C &= 12 \text{ см}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, & i_B &= 24 \text{ см}, \\
 m_E &= 3 \text{ кг}, & R_E &= 13 \text{ см}, \\
 F &= 12 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.24.

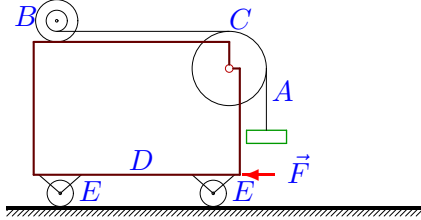
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 12 \text{ кг}, & R_B &= 28 \text{ см}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, & r_B &= 16 \text{ см}, \\
 m_C &= 22 \text{ кг}, & R_C &= 12 \text{ см}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, & i_B &= 25 \text{ см}, \\
 m_E &= 5 \text{ кг}, & R_E &= 13 \text{ см}, \\
 F &= 30 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.25.

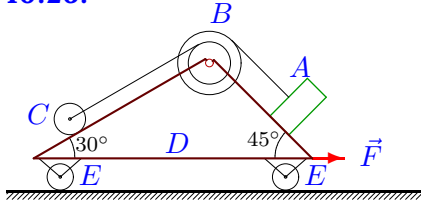
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 18 \text{ кг}, & R_B &= 40 \text{ см}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, & r_B &= 20 \text{ см}, \\
 m_C &= 24 \text{ кг}, & R_c &= 70 \text{ см}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, & i_B &= 34 \text{ см}, \\
 m_E &= 3 \text{ кг}, & R_E &= 71 \text{ см}, \\
 F &= 22 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.26.

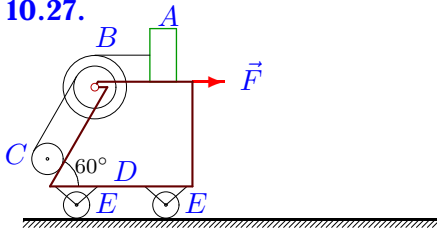
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 12 \text{ кг}, & R_B &= 60 \text{ см}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, & r_B &= 40 \text{ см}, \\
 m_C &= 19 \text{ кг}, & R_c &= 30 \text{ см}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, & i_B &= 53 \text{ см}, \\
 m_E &= 4 \text{ кг}, & R_E &= 31 \text{ см}, \\
 F &= 19 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.27.

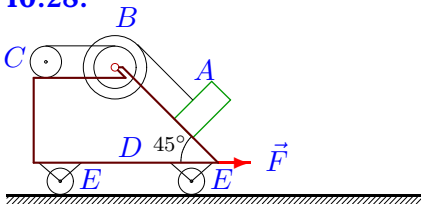
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 15 \text{ кг}, & R_B &= 36 \text{ см}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, & r_B &= 24 \text{ см}, \\
 m_C &= 16 \text{ кг}, & R_c &= 18 \text{ см}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, & i_B &= 33 \text{ см}, \\
 m_E &= 6 \text{ кг}, & R_E &= 19 \text{ см}, \\
 F &= 7 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.28.

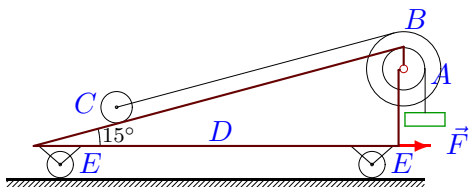
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 18 \text{ кг}, & R_B &= 36 \text{ см}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, & r_B &= 24 \text{ см}, \\
 m_C &= 28 \text{ кг}, & R_c &= 18 \text{ см}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, & i_B &= 34 \text{ см}, \\
 m_E &= 4 \text{ кг}, & R_E &= 19 \text{ см}, \\
 F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.29.

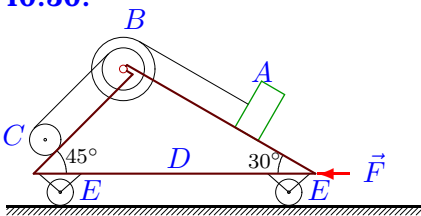
3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 12 \text{ кг}, & R_B &= 28 \text{ см}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, & r_B &= 16 \text{ см}, \\
 m_C &= 17 \text{ кг}, & R_c &= 12 \text{ см}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, & i_B &= 25 \text{ см}, \\
 m_E &= 2 \text{ кг}, & R_E &= 13 \text{ см}, \\
 F &= 15 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Задача 10.30.

3



$$\begin{aligned}
 m_A &= 12 \text{ кг}, & R_B &= 36 \text{ см}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, & r_B &= 24 \text{ см}, \\
 m_C &= 20 \text{ кг}, & R_c &= 18 \text{ см}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, & i_B &= 32 \text{ см}, \\
 m_E &= 5 \text{ кг}, & R_E &= 19 \text{ см}, \\
 F &= 26 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

Общее уравнение динамики 2 степени свободы (1)

№	a_{11}	a_{12}	a_{22}	Q_1	Q_2	a_D
1	47.000	14.167	29.422	-30.000	80.481	-1.711
2	61.000	31.627	20.574	27.000	11.357	0.771
3	58.000	49.456	73.667	-20.000	249.722	-7.567
4	45.000	-18.878	60.667	-18.000	24.381	-0.266
5	46.000	-16.263	25.297	29.000	34.684	1.443
6	50.000	10.392	16.335	-28.000	117.720	-2.371
7	60.000	49.456	73.167	13.000	249.722	-5.863
8	54.000	2.000	30.297	-32.000	147.150	-0.774
9	36.000	-10.619	13.630	9.000	26.160	1.060
10	48.000	12.235	23.677	13.000	262.139	-2.938
11	37.000	11.571	21.253	-22.000	7.094	-0.842
12	41.000	-32.734	91.807	-18.000	54.099	0.044
13	60.000	14.990	30.667	-32.000	73.575	-1.290
14	45.000	33.513	57.542	-30.000	7.141	-1.341
15	60.000	32.314	22.982	13.000	39.538	-2.925
16	38.000	7.778	16.214	-12.000	48.557	-1.030
17	50.000	-23.335	51.961	29.000	62.430	1.443
18	65.000	36.750	55.171	11.000	353.160	-5.534
19	58.000	49.456	72.167	9.000	249.722	-6.725
20	49.000	12.000	29.430	11.000	147.150	-1.111
21	55.000	-19.333	24.375	27.000	73.629	2.153
22	41.000	-27.249	85.433	-30.000	86.366	-0.076
23	44.000	23.657	28.667	-12.000	73.575	-2.971
24	53.000	37.188	120.387	-30.000	19.968	-0.871
25	59.000	24.000	71.340	-22.000	353.160	-2.765
26	47.000	19.455	27.008	19.000	21.111	0.115
27	57.000	-17.667	22.708	7.000	45.310	0.977
28	66.000	44.123	28.019	25.000	249.722	105.745
29	39.000	28.736	97.418	15.000	42.184	0.084
30	55.000	30.213	20.074	-26.000	25.230	-6.714