

## Общее уравнение динамики 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза  $A$ , блока  $B$  (большой радиус  $R$ , меньший  $r$ , радиус инерции  $i_B$ ) и цилиндра  $C$  радиусом  $R_C$ . Механизм установлен на призме  $D$ , закрепленной на осях двух однородных цилиндров  $E$ . К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила  $F$ . Качение цилиндра  $C$  (блока  $B$ ) и цилиндров  $E$  происходит без проскальзывания. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

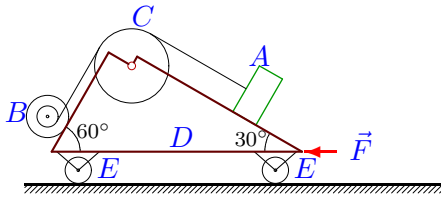
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{x}_1 + a_{12}\ddot{x}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{x}_1 + a_{22}\ddot{x}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты:  $x_1$  — горизонтальное смещение призмы  $D$ ,  $x_2$  — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы  $a_{11}$ ,  $a_{12}$ ,  $a_{22}$  в кг, обобщенные силы  $Q_1$ ,  $Q_2$  — в Н и ускорение призмы  $a_D$  в проекции на ось  $x$  — в  $\text{м/с}^2$ .

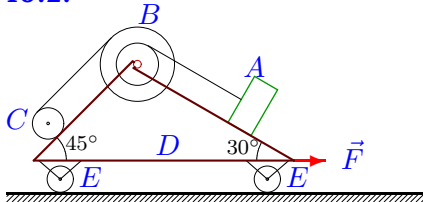
Кирсанов М.Н. **Решбник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.— М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008.— 384 с. (с.318.)

### Задача 10.1.



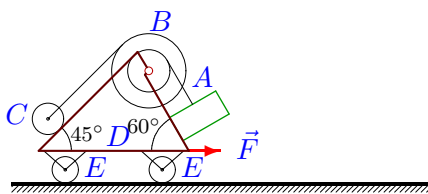
$m_A = 15$ кг,	4
$R_B = 32$ см,	$m_B = 6$ кг,
$r_B = 16$ см,	$m_C = 22$ кг,
$R_C = 56$ см,	$m_D = 2$ кг,
$i_B = 27$ см,	$m_E = 3$ кг,
$R_E = 57$ см,	$F = 24$ Н.

### Задача 10.2.



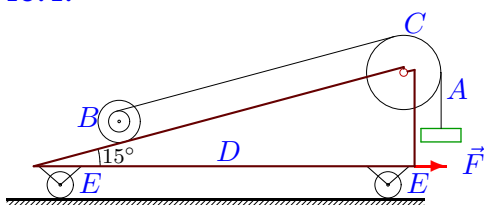
$m_A = 12$ кг,	4
$R_B = 42$ см,	$m_B = 6$ кг,
$r_B = 24$ см,	$m_C = 20$ кг,
$R_C = 18$ см,	$m_D = 2$ кг,
$i_B = 35$ см,	$m_E = 6$ кг,
$R_E = 19$ см,	$F = 21$ Н.

### Задача 10.3.



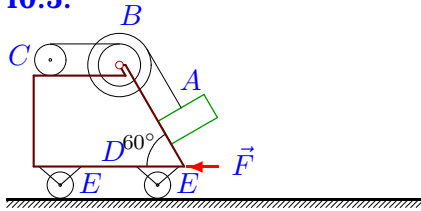
$m_A = 9$ кг,	4
$R_B = 70$ см,	$m_B = 3$ кг,
$r_B = 40$ см,	$m_C = 12$ кг,
$R_C = 30$ см,	$m_D = 1$ кг,
$i_B = 57$ см,	$m_E = 4$ кг,
$R_E = 31$ см,	$F = 11$ Н.

### Задача 10.4.



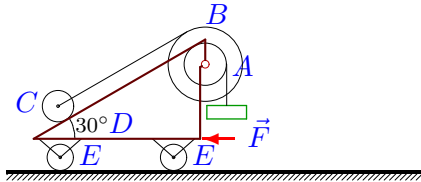
$m_A = 12$ кг,	4
$R_B = 16$ см,	$m_B = 3$ кг,
$r_B = 8$ см,	$m_C = 20$ кг,
$R_C = 28$ см,	$m_D = 1$ кг,
$i_B = 15$ см,	$m_E = 2$ кг,
$R_E = 29$ см,	$F = 21$ Н.

**Задача 10.5.**



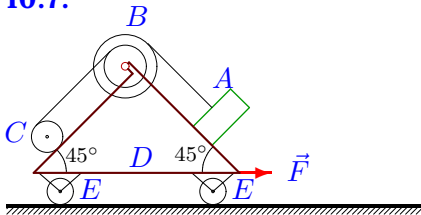
$m_A = 18 \text{ кг},$   
 $R_B = 48 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 32 \text{ см},$   $m_C = 21 \text{ кг},$   
 $R_c = 24 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 44 \text{ см},$   $m_E = 3 \text{ кг},$   
 $R_E = 25 \text{ см},$   $F = 16 \text{ Н}.$

**Задача 10.6.**



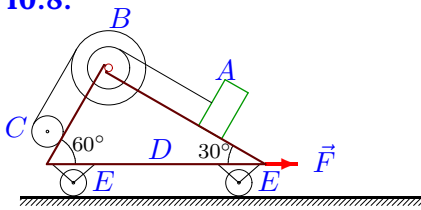
$m_A = 6 \text{ кг},$   
 $R_B = 70 \text{ см},$   $m_B = 3 \text{ кг},$   
 $r_B = 40 \text{ см},$   $m_C = 16 \text{ кг},$   
 $R_c = 30 \text{ см},$   $m_D = 1 \text{ кг},$   
 $i_B = 56 \text{ см},$   $m_E = 5 \text{ кг},$   
 $R_E = 31 \text{ см},$   $F = 30 \text{ Н}.$

**Задача 10.7.**



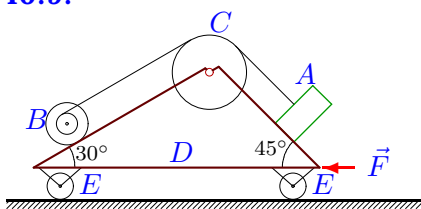
$m_A = 12 \text{ кг},$   
 $R_B = 48 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 32 \text{ см},$   $m_C = 16 \text{ кг},$   
 $R_c = 24 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 42 \text{ см},$   $m_E = 2 \text{ кг},$   
 $R_E = 25 \text{ см},$   $F = 13 \text{ Н}.$

**Задача 10.8.**



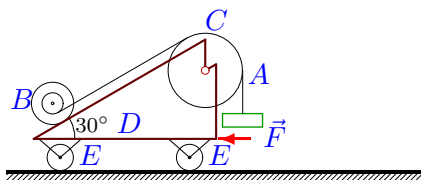
$m_A = 15 \text{ кг},$   
 $R_B = 56 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 32 \text{ см},$   $m_C = 18 \text{ кг},$   
 $R_c = 24 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 47 \text{ см},$   $m_E = 6 \text{ кг},$   
 $R_E = 25 \text{ см},$   $F = 11 \text{ Н}.$

**Задача 10.9.**



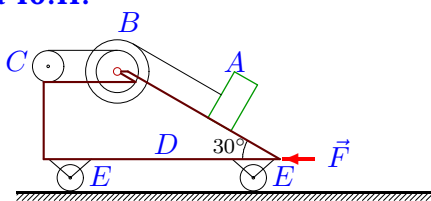
$m_A = 12 \text{ кг},$   
 $R_B = 40 \text{ см},$   $m_B = 3 \text{ кг},$   
 $r_B = 20 \text{ см},$   $m_C = 17 \text{ кг},$   
 $R_c = 70 \text{ см},$   $m_D = 1 \text{ кг},$   
 $i_B = 33 \text{ см},$   $m_E = 3 \text{ кг},$   
 $R_E = 71 \text{ см},$   $F = 20 \text{ Н}.$

**Задача 10.10.**



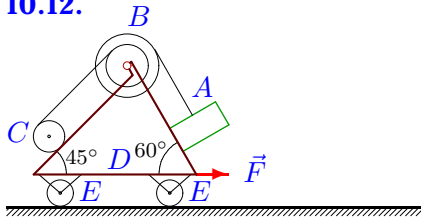
$m_A = 9 \text{ кг},$   
 $R_B = 40 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 20 \text{ см},$   $m_C = 19 \text{ кг},$   
 $R_c = 70 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 31 \text{ см},$   $m_E = 3 \text{ кг},$   
 $R_E = 71 \text{ см},$   $F = 30 \text{ Н}.$

**Задача 10.11.**



$m_A = 18 \text{ кг},$   
 $R_B = 24 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 16 \text{ см},$   $m_C = 30 \text{ кг},$   
 $R_c = 12 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 24 \text{ см},$   $m_E = 3 \text{ кг},$   
 $R_E = 13 \text{ см},$   $F = 34 \text{ Н}.$

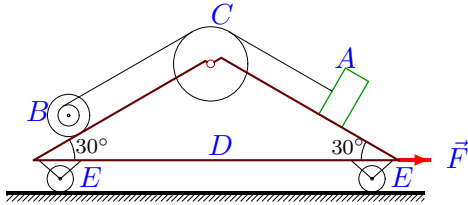
**Задача 10.12.**



$m_A = 12 \text{ кг},$   
 $R_B = 60 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 40 \text{ см},$   $m_C = 24 \text{ кг},$   
 $R_C = 30 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 52 \text{ см},$   $m_E = 2 \text{ кг},$   
 $R_E = 31 \text{ см},$   $F = 29 \text{ Н}.$

4

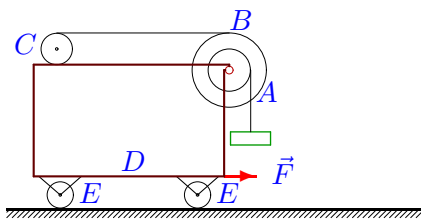
**Задача 10.13.**



$m_A = 12 \text{ кг},$   
 $R_B = 32 \text{ см},$   $m_B = 3 \text{ кг},$   
 $r_B = 16 \text{ см},$   $m_C = 19 \text{ кг},$   
 $R_C = 56 \text{ см},$   $m_D = 1 \text{ кг},$   
 $i_B = 27 \text{ см},$   $m_E = 4 \text{ кг},$   
 $R_E = 57 \text{ см},$   $F = 19 \text{ Н}.$

4

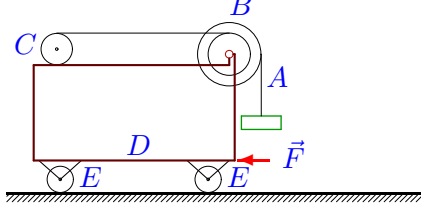
**Задача 10.14.**



$m_A = 18 \text{ кг},$   
 $R_B = 70 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 40 \text{ см},$   $m_C = 22 \text{ кг},$   
 $R_C = 30 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 59 \text{ см},$   $m_E = 4 \text{ кг},$   
 $R_E = 31 \text{ см},$   $F = 13 \text{ Н}.$

4

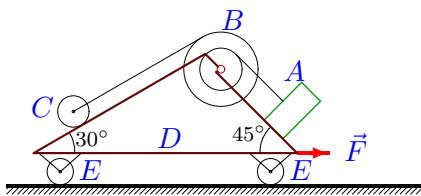
**Задача 10.15.**



$m_A = 18 \text{ кг},$   
 $R_B = 60 \text{ см},$   $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $r_B = 40 \text{ см},$   $m_C = 24 \text{ кг},$   
 $R_C = 30 \text{ см},$   $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $i_B = 54 \text{ см},$   $m_E = 3 \text{ кг},$   
 $R_E = 31 \text{ см},$   $F = 22 \text{ Н}.$

4

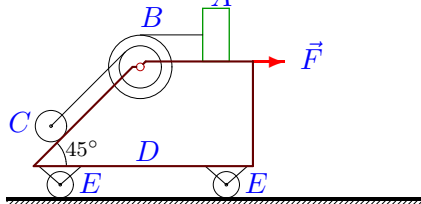
**Задача 10.16.**



$m_A = 6 \text{ кг},$   
 $R_B = 42 \text{ см},$   $m_B = 3 \text{ кг},$   
 $r_B = 24 \text{ см},$   $m_C = 10 \text{ кг},$   
 $R_C = 18 \text{ см},$   $m_D = 1 \text{ кг},$   
 $i_B = 34 \text{ см},$   $m_E = 6 \text{ кг},$   
 $R_E = 19 \text{ см},$   $F = 13 \text{ Н}.$

4

**Задача 10.17.**

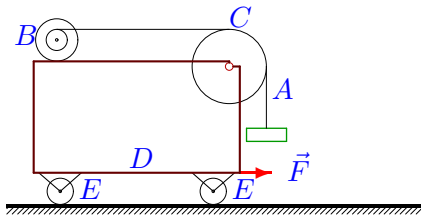


$m_A = 9 \text{ кг},$   
 $R_B = 24 \text{ см},$   $m_B = 3 \text{ кг},$   
 $r_B = 16 \text{ см},$   $m_C = 10 \text{ кг},$   
 $R_C = 12 \text{ см},$   $m_D = 1 \text{ кг},$   
 $i_B = 22 \text{ см},$   $m_E = 6 \text{ кг},$   
 $R_E = 13 \text{ см},$   $F = 7 \text{ Н}.$

4

**Задача 10.18.**

4

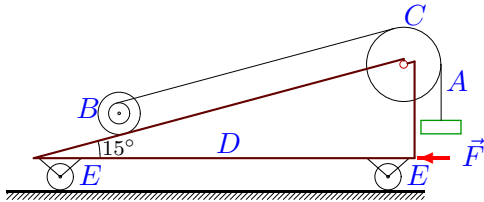


$$\begin{aligned}
 m_A &= 15 \text{ кг}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, \\
 m_C &= 25 \text{ кг}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, \\
 m_E &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 25 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_B &= 40 \text{ см}, \\
 r_B &= 20 \text{ см}, \\
 R_C &= 70 \text{ см}, \\
 i_B &= 34 \text{ см}, \\
 R_E &= 71 \text{ см},
 \end{aligned}$$

**Задача 10.19.**

4

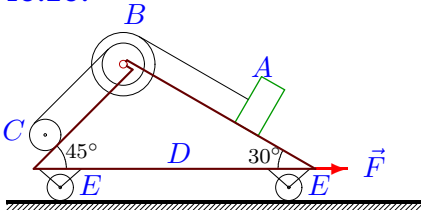


$$\begin{aligned}
 m_A &= 12 \text{ кг}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, \\
 m_C &= 13 \text{ кг}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, \\
 m_E &= 3 \text{ кг}, \\
 F &= 12 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_B &= 16 \text{ см}, \\
 r_B &= 8 \text{ см}, \\
 R_C &= 28 \text{ см}, \\
 i_B &= 15 \text{ см}, \\
 R_E &= 29 \text{ см},
 \end{aligned}$$

**Задача 10.20.**

4

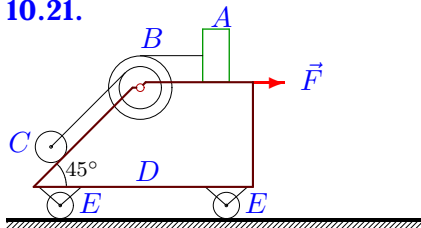


$$\begin{aligned}
 m_A &= 12 \text{ кг}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, \\
 m_C &= 18 \text{ кг}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, \\
 m_E &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 17 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_B &= 36 \text{ см}, \\
 r_B &= 24 \text{ см}, \\
 R_C &= 18 \text{ см}, \\
 i_B &= 32 \text{ см}, \\
 R_E &= 19 \text{ см},
 \end{aligned}$$

**Задача 10.21.**

4

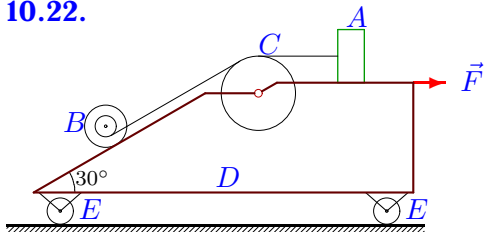


$$\begin{aligned}
 m_A &= 9 \text{ кг}, \\
 m_B &= 3 \text{ кг}, \\
 m_C &= 11 \text{ кг}, \\
 m_D &= 1 \text{ кг}, \\
 m_E &= 6 \text{ кг}, \\
 F &= 9 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_B &= 24 \text{ см}, \\
 r_B &= 16 \text{ см}, \\
 R_C &= 12 \text{ см}, \\
 i_B &= 22 \text{ см}, \\
 R_E &= 13 \text{ см},
 \end{aligned}$$

**Задача 10.22.**

4

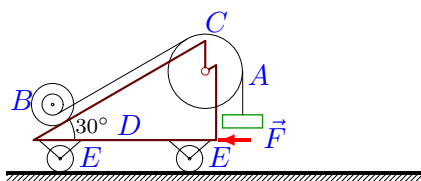


$$\begin{aligned}
 m_A &= 9 \text{ кг}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, \\
 m_C &= 16 \text{ кг}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, \\
 m_E &= 2 \text{ кг}, \\
 F &= 19 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_B &= 16 \text{ см}, \\
 r_B &= 8 \text{ см}, \\
 R_C &= 28 \text{ см}, \\
 i_B &= 13 \text{ см}, \\
 R_E &= 29 \text{ см},
 \end{aligned}$$

**Задача 10.23.**

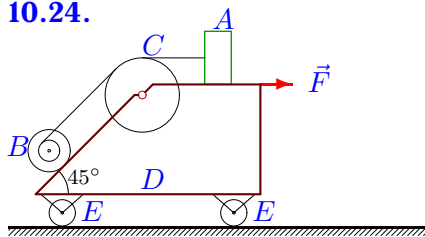
4



$$\begin{aligned}
 m_A &= 9 \text{ кг}, \\
 m_B &= 6 \text{ кг}, \\
 m_C &= 10 \text{ кг}, \\
 m_D &= 2 \text{ кг}, \\
 m_E &= 3 \text{ кг}, \\
 F &= 12 \text{ Н}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 R_B &= 40 \text{ см}, \\
 r_B &= 20 \text{ см}, \\
 R_C &= 70 \text{ см}, \\
 i_B &= 31 \text{ см}, \\
 R_E &= 71 \text{ см},
 \end{aligned}$$

Задача 10.24.

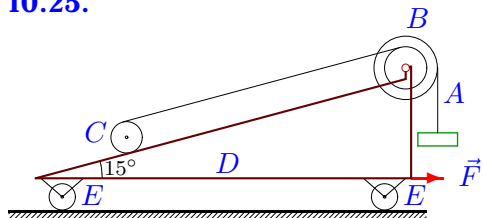


$m_A = 9 \text{ кг},$   
 $m_B = 3 \text{ кг},$   
 $m_C = 13 \text{ кг},$   
 $m_D = 1 \text{ кг},$   
 $m_E = 4 \text{ кг},$   
 $F = 13 \text{ Н}.$

$R_B = 16 \text{ см},$   
 $r_B = 8 \text{ см},$   
 $R_C = 28 \text{ см},$   
 $i_B = 14 \text{ см},$   
 $R_E = 29 \text{ см},$

4

Задача 10.25.

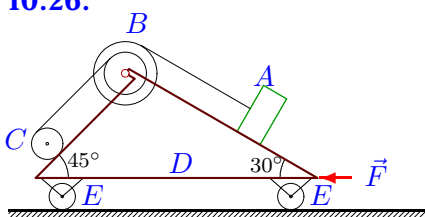


$m_A = 15 \text{ кг},$   
 $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $m_C = 23 \text{ кг},$   
 $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $m_E = 2 \text{ кг},$   
 $F = 21 \text{ Н}.$

$R_B = 24 \text{ см},$   
 $r_B = 16 \text{ см},$   
 $R_C = 12 \text{ см},$   
 $i_B = 23 \text{ см},$   
 $R_E = 13 \text{ см},$

4

Задача 10.26.

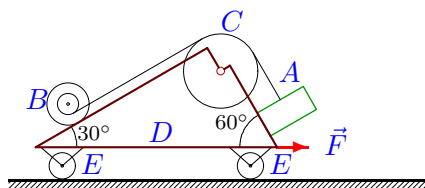


$m_A = 12 \text{ кг},$   
 $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $m_C = 23 \text{ кг},$   
 $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $m_E = 3 \text{ кг},$   
 $F = 32 \text{ Н}.$

$R_B = 36 \text{ см},$   
 $r_B = 24 \text{ см},$   
 $R_C = 18 \text{ см},$   
 $i_B = 32 \text{ см},$   
 $R_E = 19 \text{ см},$

4

Задача 10.27.

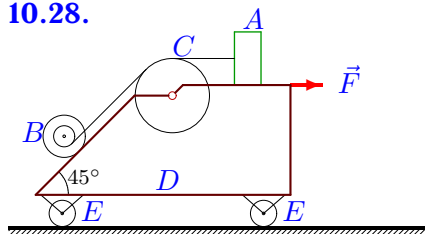


$m_A = 9 \text{ кг},$   
 $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $m_C = 21 \text{ кг},$   
 $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $m_E = 4 \text{ кг},$   
 $F = 29 \text{ Н}.$

$R_B = 32 \text{ см},$   
 $r_B = 16 \text{ см},$   
 $R_C = 56 \text{ см},$   
 $i_B = 25 \text{ см},$   
 $R_E = 57 \text{ см},$

4

Задача 10.28.

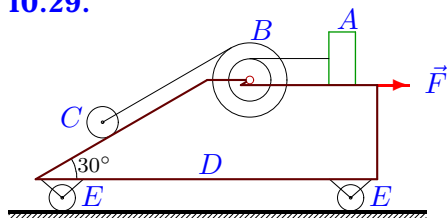


$m_A = 12 \text{ кг},$   
 $m_B = 6 \text{ кг},$   
 $m_C = 16 \text{ кг},$   
 $m_D = 2 \text{ кг},$   
 $m_E = 4 \text{ кг},$   
 $F = 13 \text{ Н}.$

$R_B = 16 \text{ см},$   
 $r_B = 8 \text{ см},$   
 $R_C = 28 \text{ см},$   
 $i_B = 14 \text{ см},$   
 $R_E = 29 \text{ см},$

4

Задача 10.29.

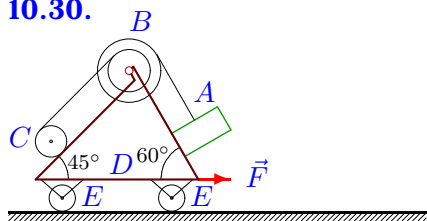


$m_A = 6 \text{ кг},$   
 $m_B = 3 \text{ кг},$   
 $m_C = 8 \text{ кг},$   
 $m_D = 1 \text{ кг},$   
 $m_E = 6 \text{ кг},$   
 $F = 9 \text{ Н}.$

$R_B = 28 \text{ см},$   
 $r_B = 16 \text{ см},$   
 $R_C = 12 \text{ см},$   
 $i_B = 23 \text{ см},$   
 $R_E = 13 \text{ см},$

4

Задача 10.30.



$R_B = 60$ см,	$m_A = 12$ кг,
$r_B = 40$ см,	$m_B = 6$ кг,
$R_C = 30$ см,	$m_C = 19$ кг,
$i_B = 52$ см,	$m_D = 2$ кг,
$R_E = 31$ см,	$m_E = 2$ кг,
	$F = 19$ Н.

**Общее уравнение динамики 2 степени свободы (1)**

№	$a_{11}$	$a_{12}$	$a_{22}$	$Q_1$	$Q_2$	$a_D$
1	54.000	-18.990	67.086	-24.000	28.374	-0.328
2	58.000	-22.767	47.729	21.000	62.533	1.078
3	37.000	-19.349	70.217	11.000	69.210	0.950
4	42.000	1.932	24.505	21.000	112.642	0.290
5	56.000	32.000	26.542	-16.000	305.846	-22.087
6	41.000	-24.249	85.380	-30.000	78.480	-0.226
7	42.000	24.513	19.260	13.000	92.490	-9.694
8	59.000	-20.865	48.615	11.000	60.232	0.736
9	42.000	10.217	22.741	-20.000	73.431	-1.417
10	45.000	20.785	56.915	-30.000	58.860	-1.377
11	65.000	51.177	29.000	-34.000	176.580	13.654
12	50.000	23.314	20.507	29.000	92.910	-3.261
13	47.000	12.124	23.783	19.000	49.050	-0.147
14	60.000	38.500	56.319	13.000	353.160	-6.782
15	59.000	16.000	26.860	-22.000	353.160	-4.697
16	38.000	-19.398	57.958	13.000	44.217	0.882
17	41.000	-13.714	18.188	7.000	46.245	1.366
18	50.000	2.000	29.797	25.000	147.150	0.303
19	38.000	1.932	21.005	-12.000	112.642	-0.591
20	44.000	29.270	19.741	17.000	34.479	-56.768
21	42.000	-14.185	18.854	9.000	50.869	1.509
22	39.000	-19.392	56.844	19.000	58.860	1.207
23	36.000	20.785	52.415	-12.000	58.860	-1.273
24	38.000	-10.414	17.854	13.000	13.873	0.661
25	52.000	14.811	24.344	21.000	255.368	-3.126
26	52.000	31.627	20.574	-32.000	11.357	-14.622
27	50.000	29.785	58.148	29.000	35.203	0.316
28	48.000	-20.485	62.375	13.000	83.241	0.977
29	36.000	-18.124	48.949	9.000	68.670	1.175
30	45.000	20.957	19.673	19.000	116.032	-4.613