

Общее уравнение динамики 2 степени свободы (1)

Консервативная механическая система с идеальными стационарными связями имеет две степени свободы и представляет собой механизм, состоящий из груза A , блока B (большой радиус R , меньший r , радиус инерции i_B) и цилиндра C радиусом R_C . Механизм установлен на призме D , закрепленной на осях двух однородных цилиндров E . К призме приложена постоянная по величине горизонтальная сила F . Качение цилиндра C (блока B) и цилиндров E происходит без проскальзывания. Трением качения и скольжения пренебречь. Используя уравнение Лагранжа 2-го рода для консервативных систем, найти ускорение призмы.

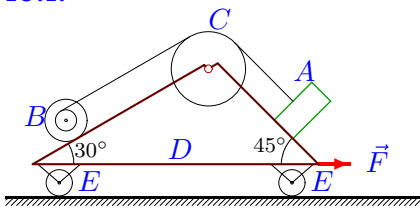
Систему уравнений Лагранжа записываем в виде

$$\begin{aligned} a_{11}\ddot{x}_1 + a_{12}\ddot{x}_2 &= Q_1, \\ a_{21}\ddot{x}_1 + a_{22}\ddot{x}_2 &= Q_2, \end{aligned}$$

где введены обобщенные координаты: x_1 — горизонтальное смещение призмы D , x_2 — смещение груза относительно призмы. В таблице ответов приведены инерционные коэффициенты системы a_{11} , a_{12} , a_{22} в кг, обобщенные силы Q_1 , Q_2 — в Н и ускорение призмы a_D в проекции на ось x — в м/с^2 .

Кирсанов М.Н. **Решбник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.— М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008.— 384 с. (с.318.)

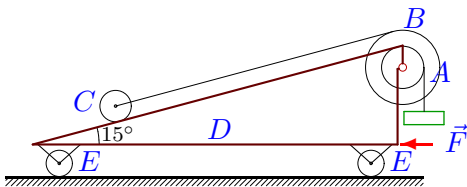
Задача 10.1.



| | |
|------------------------|------------------------|
| $R_B = 24 \text{ см,}$ | $m_A = 6 \text{ кг,}$ |
| $r_B = 12 \text{ см,}$ | $m_B = 3 \text{ кг,}$ |
| $R_C = 42 \text{ см,}$ | $m_C = 13 \text{ кг,}$ |
| $i_B = 19 \text{ см,}$ | $m_D = 1 \text{ кг,}$ |
| $R_E = 43 \text{ см,}$ | $m_E = 6 \text{ кг,}$ |
| | $F = 19 \text{ Н.}$ |

9

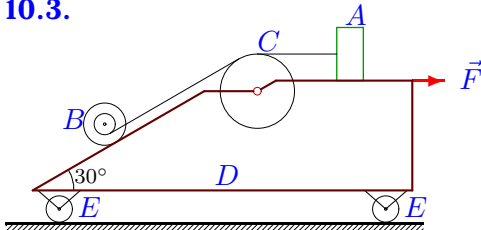
Задача 10.2.



| | |
|------------------------|------------------------|
| $R_B = 28 \text{ см,}$ | $m_A = 12 \text{ кг,}$ |
| $r_B = 16 \text{ см,}$ | $m_B = 3 \text{ кг,}$ |
| $R_C = 12 \text{ см,}$ | $m_C = 24 \text{ кг,}$ |
| $i_B = 25 \text{ см,}$ | $m_D = 1 \text{ кг,}$ |
| $R_E = 13 \text{ см,}$ | $m_E = 5 \text{ кг,}$ |
| | $F = 34 \text{ Н.}$ |

9

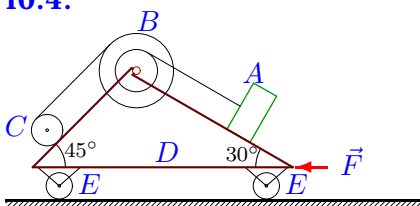
Задача 10.3.



| | |
|------------------------|------------------------|
| $R_B = 16 \text{ см,}$ | $m_A = 9 \text{ кг,}$ |
| $r_B = 8 \text{ см,}$ | $m_B = 6 \text{ кг,}$ |
| $R_C = 28 \text{ см,}$ | $m_C = 19 \text{ кг,}$ |
| $i_B = 13 \text{ см,}$ | $m_D = 2 \text{ кг,}$ |
| $R_E = 29 \text{ см,}$ | $m_E = 2 \text{ кг,}$ |
| | $F = 25 \text{ Н.}$ |

9

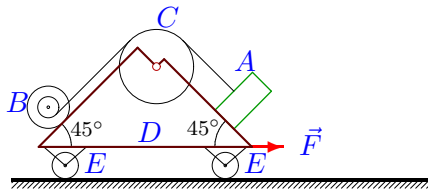
Задача 10.4.



| | |
|------------------------|------------------------|
| $R_B = 42 \text{ см,}$ | $m_A = 12 \text{ кг,}$ |
| $r_B = 24 \text{ см,}$ | $m_B = 6 \text{ кг,}$ |
| $R_C = 18 \text{ см,}$ | $m_C = 13 \text{ кг,}$ |
| $i_B = 35 \text{ см,}$ | $m_D = 2 \text{ кг,}$ |
| $R_E = 19 \text{ см,}$ | $m_E = 5 \text{ кг,}$ |
| | $F = 12 \text{ Н.}$ |

9

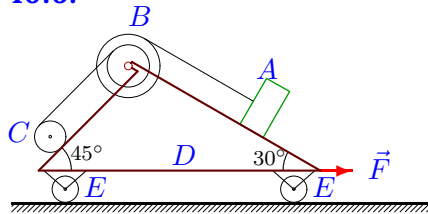
Задача 10.5.



$m_A = 12 \text{ кг},$
 $R_B = 32 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 16 \text{ см},$ $m_C = 22 \text{ кг},$
 $R_c = 56 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 26 \text{ см},$ $m_E = 6 \text{ кг},$
 $R_E = 57 \text{ см},$ $F = 25 \text{ Н}.$

9

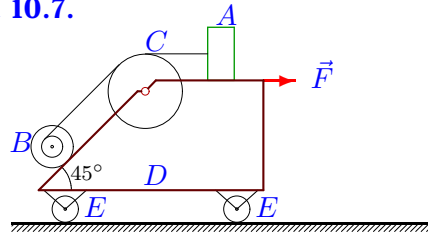
Задача 10.6.



$m_A = 12 \text{ кг},$
 $R_B = 36 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 24 \text{ см},$ $m_C = 23 \text{ кг},$
 $R_c = 18 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 32 \text{ см},$ $m_E = 2 \text{ кг},$
 $R_E = 19 \text{ см},$ $F = 27 \text{ Н}.$

9

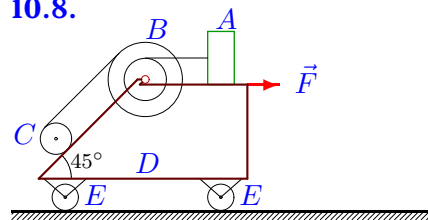
Задача 10.7.



$m_A = 9 \text{ кг},$
 $R_B = 16 \text{ см},$ $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 8 \text{ см},$ $m_C = 12 \text{ кг},$
 $R_c = 28 \text{ см},$ $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 14 \text{ см},$ $m_E = 2 \text{ кг},$
 $R_E = 29 \text{ см},$ $F = 11 \text{ Н}.$

9

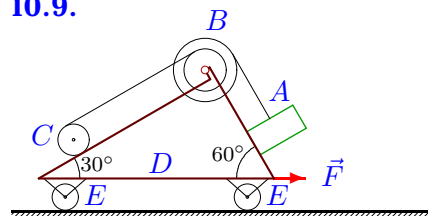
Задача 10.8.



$m_A = 12 \text{ кг},$
 $R_B = 28 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 16 \text{ см},$ $m_C = 13 \text{ кг},$
 $R_c = 12 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 24 \text{ см},$ $m_E = 4 \text{ кг},$
 $R_E = 13 \text{ см},$ $F = 7 \text{ Н}.$

9

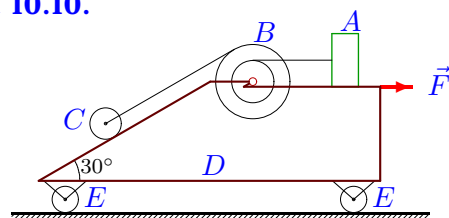
Задача 10.9.



$m_A = 9 \text{ кг},$
 $R_B = 48 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 32 \text{ см},$ $m_C = 16 \text{ кг},$
 $R_c = 24 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 41 \text{ см},$ $m_E = 2 \text{ кг},$
 $R_E = 25 \text{ см},$ $F = 19 \text{ Н}.$

9

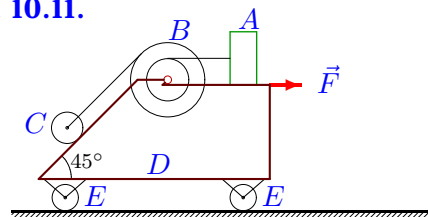
Задача 10.10.



$m_A = 12 \text{ кг},$
 $R_B = 42 \text{ см},$ $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 24 \text{ см},$ $m_C = 22 \text{ кг},$
 $R_c = 18 \text{ см},$ $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 36 \text{ см},$ $m_E = 6 \text{ кг},$
 $R_E = 19 \text{ см},$ $F = 25 \text{ Н}.$

9

Задача 10.11.

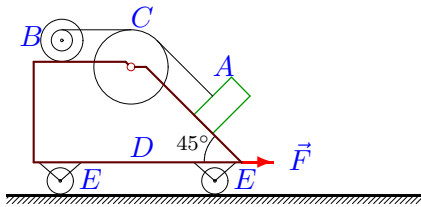


$m_A = 9 \text{ кг},$
 $R_B = 28 \text{ см},$ $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 16 \text{ см},$ $m_C = 10 \text{ кг},$
 $R_c = 12 \text{ см},$ $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 24 \text{ см},$ $m_E = 2 \text{ кг},$
 $R_E = 13 \text{ см},$ $F = 7 \text{ Н}.$

9

Задача 10.12.

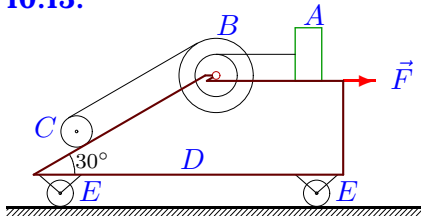
9



$m_A = 15 \text{ кг},$
 $R_B = 24 \text{ см},$ $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 12 \text{ см},$ $m_C = 20 \text{ кг},$
 $R_C = 42 \text{ см},$ $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 22 \text{ см},$ $m_E = 2 \text{ кг},$
 $R_E = 43 \text{ см},$ $F = 15 \text{ Н}.$

Задача 10.13.

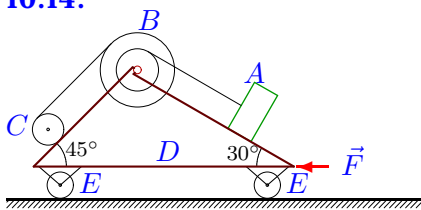
9



$m_A = 9 \text{ кг},$
 $R_B = 28 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 16 \text{ см},$ $m_C = 20 \text{ кг},$
 $R_C = 12 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 23 \text{ см},$ $m_E = 6 \text{ кг},$
 $R_E = 13 \text{ см},$ $F = 27 \text{ Н}.$

Задача 10.14.

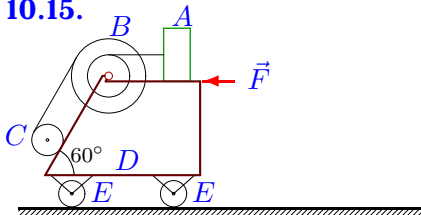
9



$m_A = 12 \text{ кг},$
 $R_B = 42 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 24 \text{ см},$ $m_C = 21 \text{ кг},$
 $R_C = 18 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 35 \text{ см},$ $m_E = 3 \text{ кг},$
 $R_E = 19 \text{ см},$ $F = 28 \text{ Н}.$

Задача 10.15.

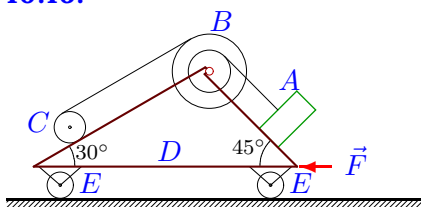
9



$m_A = 15 \text{ кг},$
 $R_B = 42 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 24 \text{ см},$ $m_C = 19 \text{ кг},$
 $R_C = 18 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 36 \text{ см},$ $m_E = 5 \text{ кг},$
 $R_E = 19 \text{ см},$ $F = 18 \text{ Н}.$

Задача 10.16.

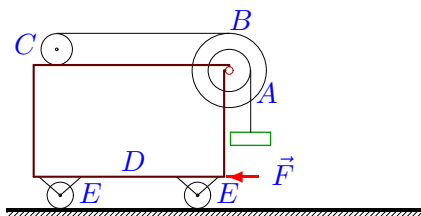
9



$m_A = 9 \text{ кг},$
 $R_B = 42 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 24 \text{ см},$ $m_C = 19 \text{ кг},$
 $R_C = 18 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 34 \text{ см},$ $m_E = 5 \text{ кг},$
 $R_E = 19 \text{ см},$ $F = 30 \text{ Н}.$

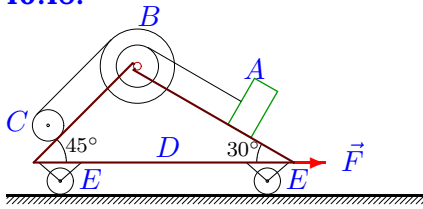
Задача 10.17.

9



$m_A = 18 \text{ кг},$
 $R_B = 70 \text{ см},$ $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 40 \text{ см},$ $m_C = 19 \text{ кг},$
 $R_C = 30 \text{ см},$ $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 59 \text{ см},$ $m_E = 3 \text{ кг},$
 $R_E = 31 \text{ см},$ $F = 12 \text{ Н}.$

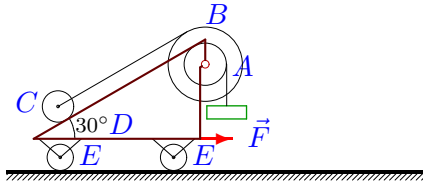
Задача 10.18.



$m_A = 12 \text{ кг},$
 $R_B = 42 \text{ см},$
 $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 24 \text{ см},$
 $m_C = 15 \text{ кг},$
 $R_c = 18 \text{ см},$
 $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 35 \text{ см},$
 $m_E = 6 \text{ кг},$
 $R_E = 19 \text{ см},$
 $F = 11 \text{ Н}.$

9

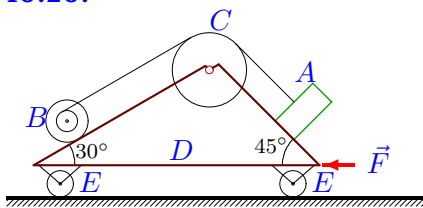
Задача 10.19.



$m_A = 6 \text{ кг},$
 $R_B = 70 \text{ см},$
 $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 40 \text{ см},$
 $m_C = 16 \text{ кг},$
 $R_c = 30 \text{ см},$
 $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 56 \text{ см},$
 $m_E = 4 \text{ кг},$
 $R_E = 31 \text{ см},$
 $F = 25 \text{ Н}.$

9

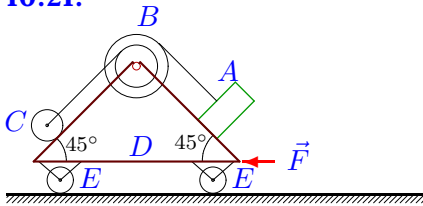
Задача 10.20.



$m_A = 6 \text{ кг},$
 $R_B = 24 \text{ см},$
 $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 12 \text{ см},$
 $m_C = 17 \text{ кг},$
 $R_c = 42 \text{ см},$
 $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 19 \text{ см},$
 $m_E = 5 \text{ кг},$
 $R_E = 43 \text{ см},$
 $F = 32 \text{ Н}.$

9

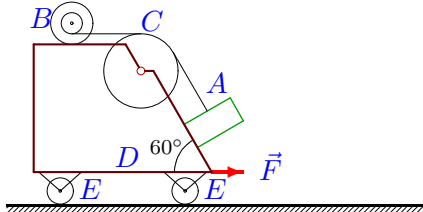
Задача 10.21.



$m_A = 9 \text{ кг},$
 $R_B = 48 \text{ см},$
 $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 32 \text{ см},$
 $m_C = 19 \text{ кг},$
 $R_c = 24 \text{ см},$
 $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 42 \text{ см},$
 $m_E = 3 \text{ кг},$
 $R_E = 25 \text{ см},$
 $F = 30 \text{ Н}.$

9

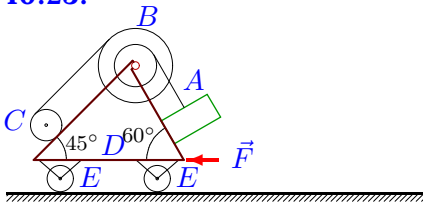
Задача 10.22.



$m_A = 18 \text{ кг},$
 $R_B = 32 \text{ см},$
 $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 16 \text{ см},$
 $m_C = 24 \text{ кг},$
 $R_c = 56 \text{ см},$
 $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 28 \text{ см},$
 $m_E = 6 \text{ кг},$
 $R_E = 57 \text{ см},$
 $F = 17 \text{ Н}.$

9

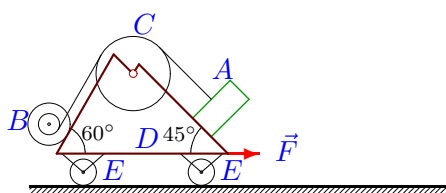
Задача 10.23.



$m_A = 12 \text{ кг},$
 $R_B = 70 \text{ см},$
 $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 40 \text{ см},$
 $m_C = 20 \text{ кг},$
 $R_c = 30 \text{ см},$
 $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 57 \text{ см},$
 $m_E = 3 \text{ кг},$
 $R_E = 31 \text{ см},$
 $F = 26 \text{ Н}.$

9

Задача 10.24.

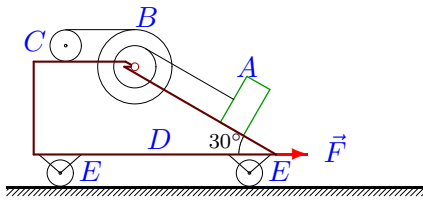


$m_A = 15 \text{ кг},$
 $R_B = 40 \text{ см},$
 $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 20 \text{ см},$
 $m_C = 18 \text{ кг},$
 $R_c = 70 \text{ см},$
 $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 33 \text{ см},$
 $m_E = 2 \text{ кг},$
 $R_E = 71 \text{ см},$
 $F = 11 \text{ Н}.$

9

Задача 10.25.

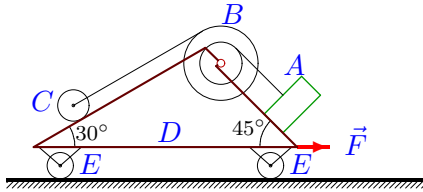
9



$m_A = 18 \text{ кг},$
 $R_B = 28 \text{ см},$
 $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 16 \text{ см},$
 $m_C = 24 \text{ кг},$
 $R_c = 12 \text{ см},$
 $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 26 \text{ см},$
 $m_E = 4 \text{ кг},$
 $R_E = 13 \text{ см},$
 $F = 17 \text{ Н}.$

Задача 10.26.

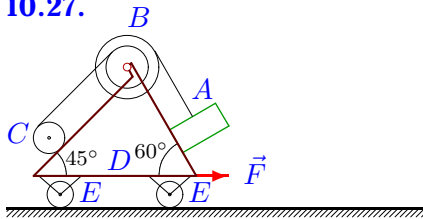
9



$m_A = 6 \text{ кг},$
 $R_B = 42 \text{ см},$
 $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 24 \text{ см},$
 $m_C = 16 \text{ кг},$
 $R_c = 18 \text{ см},$
 $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 34 \text{ см},$
 $m_E = 6 \text{ кг},$
 $R_E = 19 \text{ см},$
 $F = 25 \text{ Н}.$

Задача 10.27.

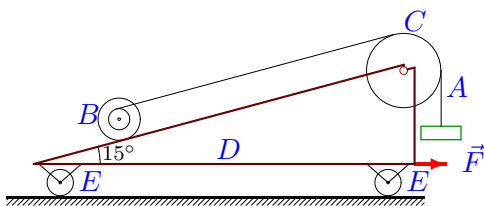
9



$m_A = 12 \text{ кг},$
 $R_B = 60 \text{ см},$
 $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 40 \text{ см},$
 $m_C = 22 \text{ кг},$
 $R_c = 30 \text{ см},$
 $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 52 \text{ см},$
 $m_E = 4 \text{ кг},$
 $R_E = 31 \text{ см},$
 $F = 25 \text{ Н}.$

Задача 10.28.

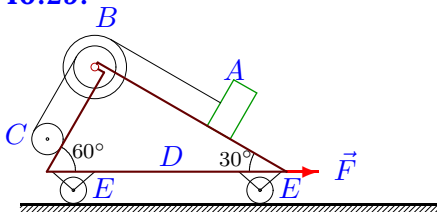
9



$m_A = 12 \text{ кг},$
 $R_B = 16 \text{ см},$
 $m_B = 3 \text{ кг},$
 $r_B = 8 \text{ см},$
 $m_C = 19 \text{ кг},$
 $R_c = 28 \text{ см},$
 $m_D = 1 \text{ кг},$
 $i_B = 15 \text{ см},$
 $m_E = 6 \text{ кг},$
 $R_E = 29 \text{ см},$
 $F = 19 \text{ Н}.$

Задача 10.29.

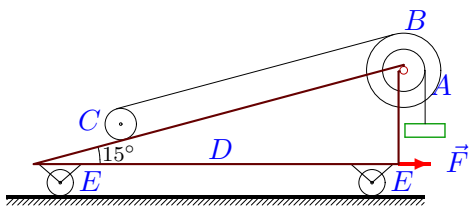
9



$m_A = 15 \text{ кг},$
 $R_B = 48 \text{ см},$
 $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 32 \text{ см},$
 $m_C = 18 \text{ кг},$
 $R_c = 24 \text{ см},$
 $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 43 \text{ см},$
 $m_E = 6 \text{ кг},$
 $R_E = 25 \text{ см},$
 $F = 11 \text{ Н}.$

Задача 10.30.

9



$m_A = 15 \text{ кг},$
 $R_B = 28 \text{ см},$
 $m_B = 6 \text{ кг},$
 $r_B = 16 \text{ см},$
 $m_C = 22 \text{ кг},$
 $R_c = 12 \text{ см},$
 $m_D = 2 \text{ кг},$
 $i_B = 25 \text{ см},$
 $m_E = 4 \text{ кг},$
 $R_E = 13 \text{ см},$
 $F = 19 \text{ Н}.$

Общее уравнение динамики 2 степени свободы (1)

| № | a_{11} | a_{12} | a_{22} | Q_1 | Q_2 | a_D |
|----|----------|----------|----------|---------|---------|--------|
| 1 | 41.000 | 5.975 | 14.669 | 19.000 | 31.810 | 0.157 |
| 2 | 55.000 | 40.569 | 129.574 | -34.000 | 11.081 | -0.886 |
| 3 | 42.000 | -19.392 | 58.344 | 25.000 | 58.860 | 1.253 |
| 4 | 48.000 | -18.436 | 39.690 | -12.000 | 20.045 | -0.068 |
| 5 | 60.000 | 33.941 | 62.844 | 25.000 | 0.000 | 0.600 |
| 6 | 49.000 | 31.627 | 20.574 | 27.000 | 11.357 | 24.951 |
| 7 | 31.000 | -10.414 | 17.354 | 11.000 | 13.873 | 0.781 |
| 8 | 45.000 | -20.043 | 40.430 | 7.000 | 78.905 | 1.315 |
| 9 | 39.000 | 18.238 | 16.044 | 19.000 | 100.603 | -5.219 |
| 10 | 56.000 | -45.342 | 119.813 | 25.000 | 188.843 | 2.484 |
| 11 | 29.000 | -21.374 | 61.688 | 7.000 | 121.393 | 2.272 |
| 12 | 45.000 | 12.607 | 27.454 | 15.000 | 104.051 | -0.836 |
| 13 | 55.000 | -24.155 | 44.367 | 27.000 | 85.838 | 1.762 |
| 14 | 50.000 | -23.385 | 48.878 | -28.000 | 68.602 | 0.124 |
| 15 | 57.000 | -23.313 | 50.320 | -18.000 | 141.241 | 1.027 |
| 16 | 51.000 | -20.762 | 42.862 | -30.000 | 19.115 | -0.507 |
| 17 | 54.000 | 33.250 | 52.874 | -12.000 | 353.160 | -7.074 |
| 18 | 53.000 | -19.673 | 41.987 | 11.000 | 32.184 | 0.596 |
| 19 | 38.000 | -24.249 | 85.380 | 25.000 | 78.480 | 1.520 |
| 20 | 42.000 | 5.975 | 16.669 | -32.000 | 31.810 | -1.089 |
| 21 | 41.000 | -15.321 | 23.964 | -30.000 | 25.435 | -0.440 |
| 22 | 68.000 | 42.000 | 72.375 | 17.000 | 305.846 | -3.679 |
| 23 | 49.000 | -18.374 | 47.153 | -26.000 | 19.444 | -0.440 |
| 24 | 47.000 | 33.213 | 64.335 | 11.000 | 4.205 | 0.296 |
| 25 | 62.000 | 73.177 | 61.406 | 17.000 | 176.580 | 7.675 |
| 26 | 44.000 | -28.491 | 85.521 | 25.000 | 95.720 | 1.649 |
| 27 | 54.000 | 22.371 | 20.173 | 25.000 | 102.158 | -3.024 |
| 28 | 53.000 | 1.932 | 24.005 | 19.000 | 112.642 | 0.188 |
| 29 | 59.000 | 31.981 | 22.815 | 11.000 | 45.201 | -3.695 |
| 30 | 57.000 | 37.188 | 54.914 | 19.000 | 196.548 | -3.586 |