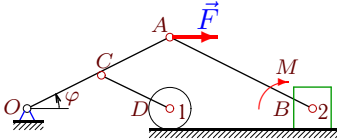


Уравнение Лагранжа для системы с одной степенью свободы

Кирсанов М.Н. **Решебник. Теоретическая механика**/Под ред. А. И. Кириллова.– М.:ФИЗМАТЛИТ, 2008.– 384 с. (с.300.)

Задача 30.1.

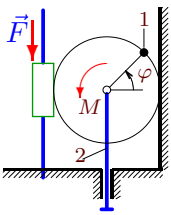
2



К стержню AB шарнирного механизма приложен момент M , к шарниру A – горизонтальная сила F . Масса цилиндра m_1 , бруска – m_2 ; $AO = AB = 2a$, $AC = CD = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.2.

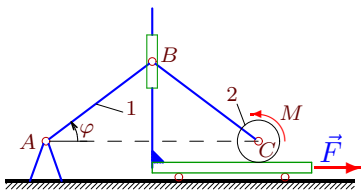
2



Невесомый диск радиуса r , шарнирно закрепленный на конце вертикального штока, катится по вертикальной поверхности и касается муфты, скользящей по вертикальной направляющей. На ободе диска находится точка массой m_1 . К диску приложен момент M , к муфте – вертикальная сила F . Масса штока равна m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота диска φ .

Задача 30.3.

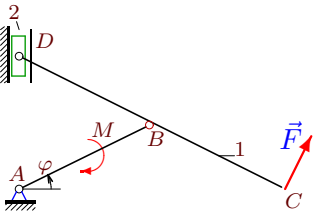
2



Шарнир B двухзвенника ABC , $AB = BC = a$, закреплен на ползуне, скользящем по вертикальной стойке подвижной тележки. Цилиндр радиуса R катится по тележке. Масса стержня AB равна m_1 , цилиндра – m_2 . К цилиндру приложен момент M , к тележке – горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня AB φ .

Задача 30.4.

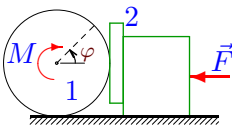
2



Стержень CD массой m_1 и стержень AB шарнирно соединены. $AB = BC = BD = a$. Масса ползуна, скользящего по вертикальной плоскости, равна m_2 . К стержню AB приложен момент M ; сила F перпендикулярна CD . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.5.

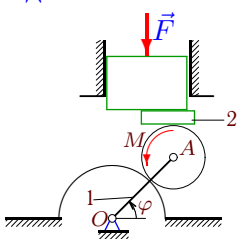
2



Цилиндр радиусом R массы m_1 катится по горизонтальной поверхности и находится в зацеплении с тонкой пластиной массы m_2 . Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.6.

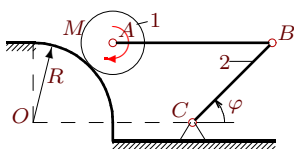
2



Диск радиусом r катится по поверхности неподвижного цилиндра радиусом R и находится в зацеплении с бруском массой m_2 , скользящим по нижней грани пресса, движущегося вертикально. Оси цилиндров соединены стержнем массой m_1 . К диску радиуса r приложен момент M , к прессу – вертикальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.7.

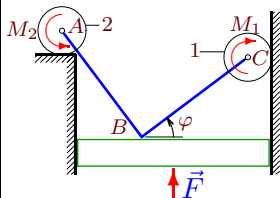
2



Механизм состоит из диска массой m_1 радиусом r , стержня AB и кривошипа CB длиной $3r$. Диск катится по цилиндрической поверхности радиусом $R = 2r$, $AB = OC$. К диску приложен момент M . Масса кривошипа m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.8.

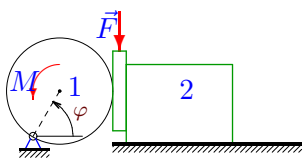
2



Невесомый угольник ABC , касается в точке B гладкой поверхности поршня скользящего в вертикальных направляющих. $AB \perp BC$, $AB = a$, $BC = b$. Диски радиуса r массой m_1 и m_2 шарнирно закреплены в точках A и C . Один диск катится по горизонтальной поверхности, другой — по вертикальной. К дискам приложены моменты M_1 и M_2 , к поршню — вертикальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота угольника φ .

Задача 30.9.

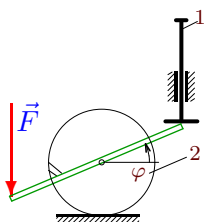
2



Цилиндр радиусом R массы m_1 , вращаясь вокруг оси, проходящей через его обод, находится в зацеплении с тонкой пластиной. Другой гранью пластина скользит без сопротивления по вертикальной грани бруска массы m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол φ .

Задача 30.10.

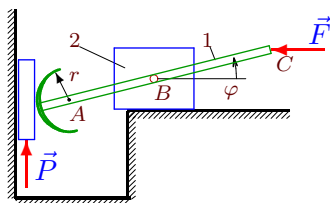
2



Шток массой m_1 свободно движется в вертикальных направляющих. Стержень, жестко скрепленный с цилиндром массой m_2 , скользит одним концом по нижней поверхности штока. К другому концу стержня приложена вертикальная сила F . Радиус цилиндра R , длина стержня $2a$. Центр стержня соединен с центром цилиндра. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра φ .

Задача 30.11.

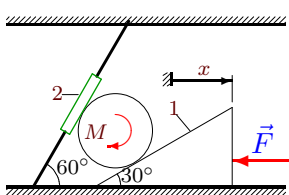
2



К концу стержня длиной $2L$ и массой m_1 жестко прикреплен полуцилиндр радиуса r , массой которого пренебречь. Движение стержня, закрепленного шарниром B в центре массы на грузе, приводит к перемещению бруска, гладкой стороной прижатого к вертикальной плоскости. К концу стержня приложена сила F , к бруску — P . Масса груза — m_2 . Качение полуцилиндра по бруску происходит без сопротивления и проскальзывания. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.12.

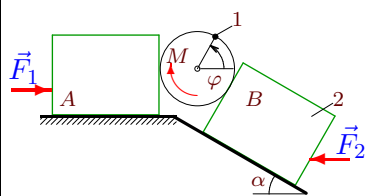
2



Цилиндр радиусом R зажат между муфтой, надетой на наклонный стержень, и призмой, скользящей по гладкой горизонтальной поверхности. Масса призмы m_1 , муфты — m_2 . К цилиндру приложен момент M , к призме — горизонтальная сила F . Проскальзывание в точках контакта цилиндра отсутствует. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять x .

Задача 30.13.

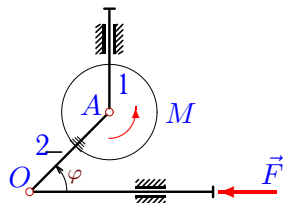
2



Груз A скользит по горизонтальной плоскости, B — по наклонной. Невесомый цилиндр радиуса r , зажатый между ними, катится без проскальзывания по их граням. На ободе цилиндра находится точка массой m_1 . Масса груза B равна m_2 . К диску приложен момент M , к грузам — горизонтальные силы F_1 и F_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра φ .

Задача 30.14.

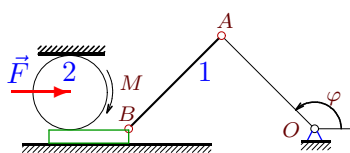
2



На вертикальном штоке шарнирно закреплен однородный диск 1 радиуса R массой m_1 . Диск жестко соединен со стержнем 2 массой m_2 . К диску приложен момент M , к штоку — сила F ; $AO = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.15.

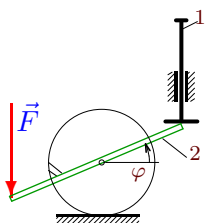
2



Тонкий брусок скользит по горизонтальной поверхности и приводит в движение цилиндр. Масса шатуна AB — m_1 , масса цилиндра радиусом R — m_2 . К оси цилиндра приложена горизонтальная сила F . $AO = AB = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.16.

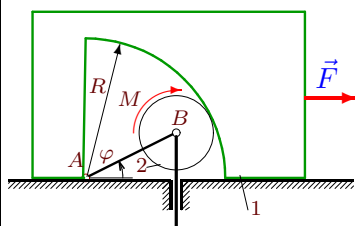
2



Шток массой m_1 свободно движется в вертикальных направляющих. Стержень массой m_2 , жестко скрепленный с цилиндром, скользит одним концом по нижней поверхности штока. К другому концу стержня приложена вертикальная сила F . Радиус цилиндра R , длина стержня $2a$. Центр стержня соединен с центром цилиндра. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра φ .

Задача 30.17.

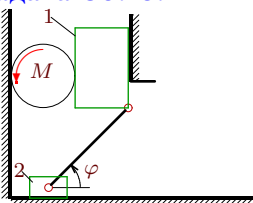
2



Груз массой m_1 , имеющий вырез цилиндрической формы радиуса R , скользит по горизонтальной поверхности. Диск радиуса r , закрепленный на вертикальном штоке, катится без проскальзывания по поверхности выреза. Центр диска шарнирно закреплен на стержне AB длиной $R - r$. К диску приложен момент M , к грузу — сила F . Масса диска — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.18.

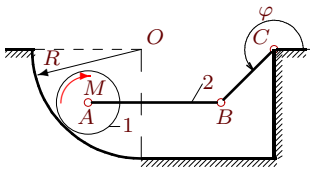
2



Диск радиусом r и прямоугольный блок массой m_1 движутся между вертикальными плоскостями. Горизонтально скользящий ползун соединен с блоком невесомым стержнем длиной L . К диску приложен момент M . Масса ползуна m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.19.

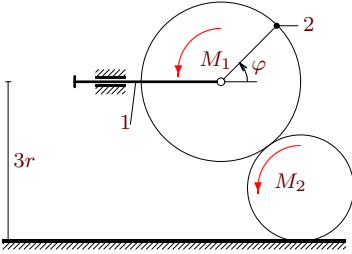
2



Диск радиусом r массой m_1 катится по цилиндрической поверхности радиусом $R = 4r$. $BC = 3r$. К диску приложен момент M . Масса стержня $AB - m_2$. $AB = OC$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня $BC \varphi$.

Задача 30.20.

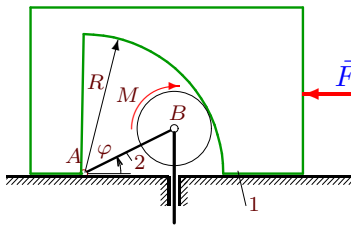
2



Цилиндр радиуса r катится по неподвижной поверхности и находится в зацеплении с цилиндром радиуса $R = 1.5r$, закрепленным шарнирно на горизонтальном штоке. К цилиндрам приложены моменты M_1 и M_2 . Масса штока равна m_1 , точки на ободе — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота цилиндра φ .

Задача 30.21.

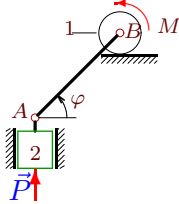
2



Груз массой m_1 , имеющий вырез цилиндрической формы радиуса R , скользит по горизонтальной поверхности. Диск радиуса r , закрепленный на вертикальном штоке, катится без проскальзывания по поверхности выреза. Центр диска шарнирно закреплен на стержне AB длиной $R - r$. К диску приложен момент M , к грузу — сила F . Масса стержня — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.22.

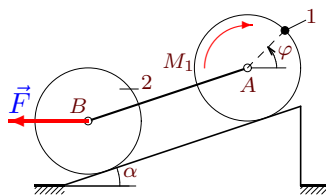
2



Невесомый стержень AB длиной a шарнирно соединяет диск массой m_1 , движущийся по горизонтальной поверхности, и вертикальный поршень массой m_2 . Момент M приложен к диску, сила P — к поршню. Радиус диска R . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.23.

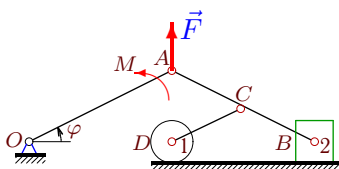
2



Два цилиндра катятся по плоскости, наклоненной под углом α . Точка массой m_1 расположена на ободе невесомого цилиндра A радиусом R . К оси цилиндра B радиусом R массой m_2 приложена горизонтальная сила F . Цилиндры соединены невесомым стержнем длины L . Момент M_1 приложен к цилиндру A . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота φ цилиндра A .

Задача 30.24.

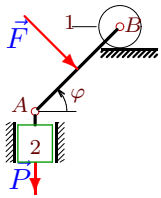
2



К стержню OA шарнирного механизма приложен момент M , к шарниру A — вертикальная сила F . Масса цилиндра m_1 , бруска — m_2 ; $AO = AB = 2a$, $AC = CD = a$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.25.

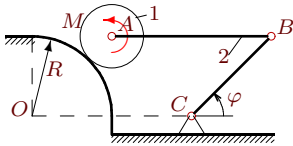
2



Невесомый стержень AB длиной a шарнирно соединяет диск массой m_1 , движущийся по горизонтальной поверхности, и вертикальный поршень массой m_2 . Сила F приложена к середине стержня под прямым углом, сила P — к поршню. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.26.

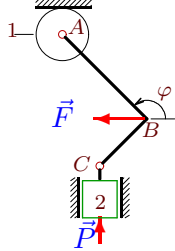
2



Механизм состоит из диска массой m_1 радиусом r , стержня AB и кривошипа CB длиной $4r$. Диск катится по цилиндрической поверхности радиусом $R = 3r$, $AB = OC$. К диску приложен момент M . Масса стержня m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.27.

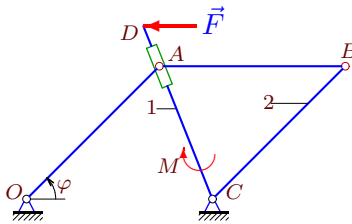
2



Невесомый крюк ABC , изогнутый под прямым углом, шарнирно соединяет диск массой m_1 , движущийся по горизонтальной поверхности, и вертикальный поршень массой m_2 . Сила F приложена к углу B , сила P — к поршню; $AB = a$, $BC = b$. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .

Задача 30.28.

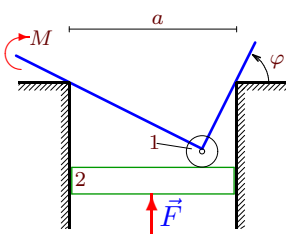
2



Муфта, шарнирно закрепленная в узле A четырехзвенника $OABC$, надета на кулису DC длиной a ; $OA = AB = BC = OC = b$. На кулису действует момент M , к точке D приложена горизонтальная сила F . Масса кулисы равна m_1 , стержня BC — m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол φ .

Задача 30.29.

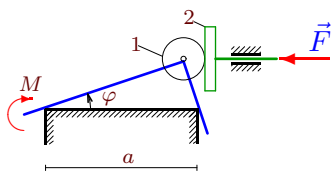
2



Невесомый уголок, составленный из двух жестко соединенных взаимно перпендикулярных стержней, опирается на гладкие опоры. Диск радиуса r , закрепленный на шарнире в угловой точке, катится по поверхности поршня, скользящего в вертикальных направляющих. Масса диска равна m_1 , поршня — m_2 . К уголку приложен момент M , к поршню — вертикальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота уголка φ .

Задача 30.30.

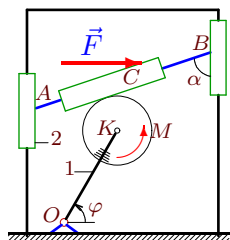
2



Невесомый уголок, составленный из двух жестко соединенных взаимно перпендикулярных стержней, опирается на гладкую опору. Диск радиуса r , закрепленный на шарнире в угловой точке, катится по поверхности поршня, скользящего в горизонтальных направляющих. Масса диска равна m_1 , поршня — m_2 . К уголку приложен момент M , к поршню — горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота уголка φ .

Задача 30.31.

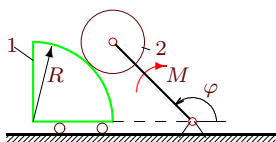
2



Две муфты, скользящие по вертикальным направляющим, жестко соединены стержнем AB , по которому движется муфта C . Диск радиуса r , жестко соединенный с кривошипом $OK = a$, катится по этой муфте без проскальзывания. Масса кривошипа равна m_1 , общая масса муфт A, B и стержня $AB - m_2$. К диску приложен момент M , к муфте $C -$ горизонтальная сила F . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота кривошипа φ .

Задача 30.32.

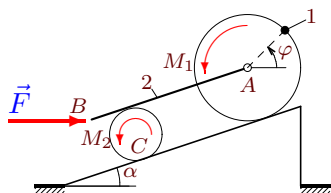
2



Груз массой m_1 движется на невесомых подшипниках по горизонтальной плоскости. По боковой цилиндрической поверхности груза радиусом $R = 3r$ катится диск радиусом r , закрепленный на стержне длиной $4r$. К стержню приложен момент M . Масса диска m_2 . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота стержня φ .

Задача 30.33.

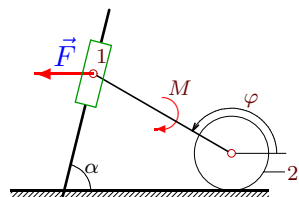
2



Два цилиндра катятся по плоскости, наклоненной под углом α . Точка массой m_1 расположена на ободе невесомого цилиндра A радиусом R . Стержень AB массой m_2 лежит на невесомом цилиндре C радиуса $R/2$. Момент M_1 приложен к цилиндру A , момент $M_2 -$ к цилиндру C , горизонтальная сила $F -$ к стержню. Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять угол поворота φ цилиндра A .

Задача 30.34.

2



Муфта массой m_1 , скользящая по направляющей, наклоненной под углом α , шарнирно соединена невесомым стержнем с диском массой m_2 радиусом R . К стержню приложен момент M , к муфте — горизонтальная сила F . Длина стержня a . Составить уравнение движения системы. За обобщенную координату принять φ .