ЕН.Ф.06 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
ПЛОСКОПАРАЛЛЕЛЬНОЕ ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА
Учебное пособие

Определение плоскопараллельного движения

Плоскопараллельным называется такое движение твердого тела (рис.1), при котором траектории всех его точек лежат в плоскостях, параллельных одной и той же неподвижной плоскости.

Неподвижная плоскость называется основной.

Примером плоскопараллельного движения может служить движение цилиндра по горизонтальной плоскости, при котором его основание остается параллельным вертикальной плоскости (рис.2).

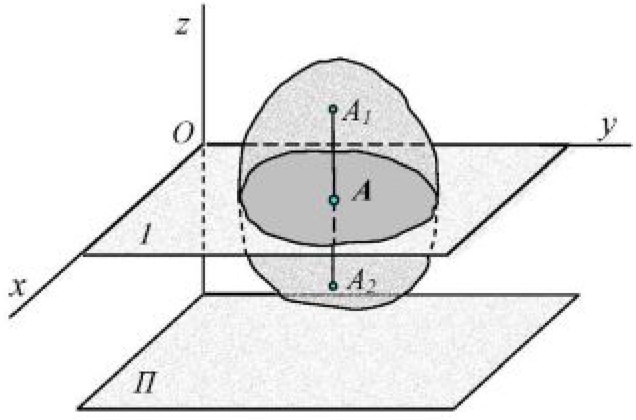


Рис.1

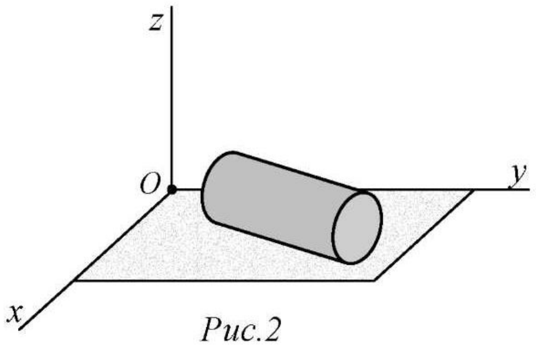


Рис.2

<u>Основная теорема</u> плоскопараллельного движения.

Все точки тела, лежащие на общем перпендикуляре к основной плоскости, движутся по одинаковым траекториям и имеют геометрически равные скорости и ускорения. Такими точками (рис.1) являются точки A, A_1, и A_2.

Сформулированное свойство является следствием определения плоскопараллельного движения. Действительно, из определений плоскопараллельного движения и твердого тела следует, что углы между любыми прямыми, фиксированными в твердом теле, сохраняются неизменными. Следовательно любая прямая A_1A_2 , проведенная в теле, перпендикулярно основной плоскости П, будет перемещаться поступательно, т.е. траектории, скорости и ускорения всех точек этой прямой будут одинаковыми.

Таким образом, для определения движения тела необходимо знать движение лишь одной точки каждой прямой, проведенной перпендикулярно плоскости П, т.е. точки, лежащие в одной плоскости 1, параллельной основной плоскости, определяют плоскопараллельное движение твердого тела.

Плоскопараллельное движение твердого тела полностью характеризуется движением плоской фигуры в своей плоскости. Плоская фигура (рис.1) получается сечением твердого тела плоскостью 1, параллельной основной плоскости П. ***Движение плоской фигуры в своей плоскости называется плоским.***

Задание плоского движения

Рассмотрим движение плоской фигуры в своей плоскости. Положение плоской фигуры в своей плоскости определяется положением двух ее точек.

Пусть точки (рис.3) A (x_A, y_A) и B (x_B, y_B) – две точки плоской фигуры, движущейся в плоскости Oxy. Так как расстояние между этими точками остается постоянным

$$(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2 = d^2,$$

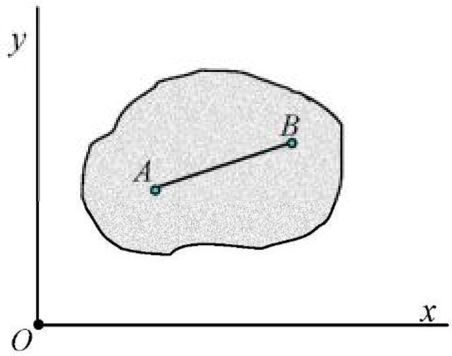


Рис. 3

то из четырех координат, определяющих положение этих точек, независимых остается только три.

Таким образом, ***для описания плоского движения требуется знать три независимых параметра.***

Свяжем жестко с плоской фигурой систему координат Ax_1y_1 (рис.4). Тогда положение системы Ax_1y_1 , а вместе с ней и положение плоской фигуры относительно системы координат Oxy будет определено заданием координат x_A, y_A точки A и углом между φ между осями Ax_1 и Ax_2 (рис.4).

Следовательно, положение плоской фигуры в своей плоскости в любой момент времени полностью определяется тремя функциями времени

$$\begin{aligned} x_A &= x_A(t), \\ y_A &= y_A(t), \\ \varphi &= \varphi(t). \end{aligned} \qquad (1)$$

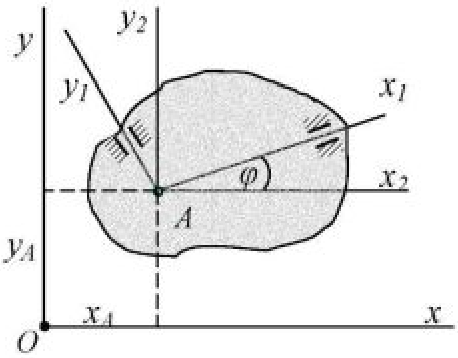


Рис. 4

Уравнения (1) называются ***уравнениями движения плоской фигуры или уравнениями плоскопараллельного движения твердого тела.***

Первые два уравнения (рис.3) определяют положение выбранного полюса A на плоскости, последнее - угол поворота вокруг этого полюса.

Уравнения плоского движения.

Движение плоской фигуры в своей плоскости складывается из двух движений: поступательного вместе с произвольно выбранной точкой (полюсом), и вращательного вокруг этого полюса.

Положение плоской фигуры на плоскости определяется положением выбранного полюса и углом поворота вокруг этого полюса, поэтому плоское движение описывается тремя уравнениями:

$$x_A = x_A(t),$$
$$y_A = y_A(t),$$
$$\varphi = \varphi(t).$$

Первые два уравнения (рис.5) определяют то движение, которое фигура совершала бы при $\varphi = const$, очевидно, что это движение будет поступательным, при котором все точки фигуры будут двигаться так же, как полюс A.

Третье уравнение определяет движение, которое фигура совершала бы при $x_A = const$ и $y_A = const$, т.е. когда полюс A будет неподвижен; это движение будет вращением фигуры вокруг полюса A.

При этом вращательное движение не зависит от выбора полюса, а поступательное движение характеризуется движением полюса.

Определение скоростей точек плоской фигуры

3.3.1. Зависимость между скоростями двух точек плоской фигуры.

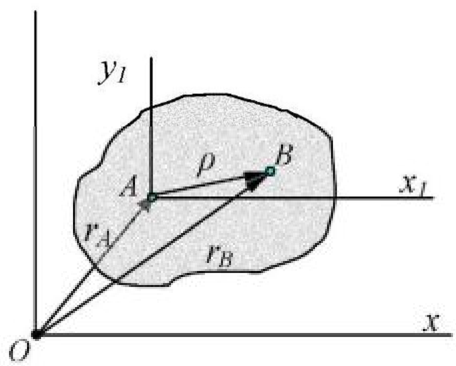


Рис. 5

Рассмотрим две точки А и В плоской фигуры. Положение точки B относительно неподвижной системы координат Oxy определяется радиусом-вектором $\boldsymbol{r_B}$ (рис.5):

$$\boldsymbol{r_B} = \boldsymbol{r_A} + \boldsymbol{\rho},$$

где $\boldsymbol{r_A}$ - радиус-вектор точки A, $\boldsymbol{\rho} = \boldsymbol{AB}$ вектор, определяющий положение точки B относительно подвижных осей Ax_1y_1, перемещающихся поступательно вместе с полюсом A параллельно неподвижным осям Oxy.

Тогда скорость точки B будет равна

$$\overline{V}_B = \frac{dr_B}{dt} = \frac{d\overline{r}_A}{dt} + \frac{d\overline{\rho}}{dt}.$$

В полученном равенстве величина $\dfrac{d\overline{r}_A}{dt} = \overline{V}_A$ является скоростью полюса A.

Величина $\dfrac{d\overline{\rho}}{dt}$ равна скорости, которую точка B получает при $\overline{r}_A = const$, т.е. относительно осей Ax_1y_1 при вращении фигуры вокруг полюса A. Введем для этой скорости обозначение $\overline{V}_{BA}$:

$$\overline{V}_{BA} = \frac{d\overline{\rho}}{dt}.$$

Следовательно, $\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}$

Скорость любой точки B плоской фигуры равна геометрической сумме скорости V_A выбранного полюса A и скорости V_{BA} точки во вращательном движении вокруг полюса (рис.6): B

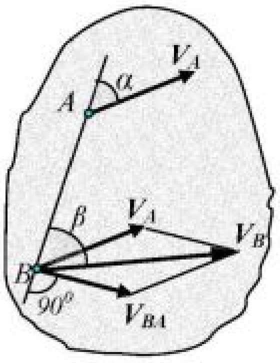


Рис.6

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}. \qquad (2)$$

Скорость вращательного движения $\overline{V}_{BA}$ точки направлена перпендикулярно отрезку AB и равна

$$V_{BA} = \omega \cdot AB$$

Модуль и направление скорости точки B находится построением соответствующего параллелограмма (рис.6).

Задача 1. Найти скорости точек A, B и D обода колеса, катящегося по прямолинейному рельсу без скольжения, если скорость центра колеса C равна V_C.

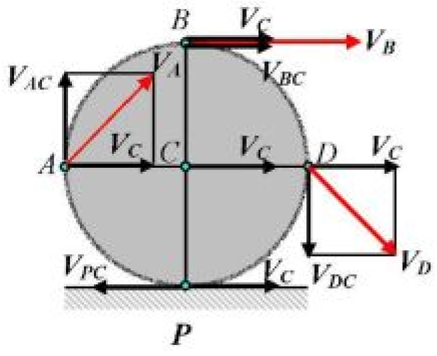


Рис. 7

Решение. Выбираем точку С, скорость которой известна за полюс. Тогда скорость точки А равна

$$\overline{V}_A = \overline{V}_C + \overline{V}_{AC},$$

где $\overline{V}_{AC} \perp AC$ и по модулю $V_{AC} = \omega \cdot AC = \omega \cdot R$.

Значение угловой скорости ω найдем из условия того, что точка P колеса не скользит по рельсу и, следовательно, в данный момент равна нулю $V_P = 0$.

В данный момент скорость точки P равна

$$\overline{V}_P = \overline{V}_C + \overline{V}_{PC}, \text{ где } V_{PC} = \omega \cdot PC = \omega \cdot R.$$

Так как в точке P скорости $\overline{V}_{PC}$ и $\overline{V}_C$ направлены по одной прямой противоположные стороны и $V_P = 0$, то $V_{PC} = V_C$, откуда получаем, что $\omega = V_C/R$, следовательно, $V_{AC} = \omega R = V_C$.

Скорость точки A является диагональю квадрата, построенного на взаимно перпендикулярных векторах $\overline{V}_A$ и $\overline{V}_{AC}$, модули которых равны, следовательно $V_A = V_C\sqrt{2}$.

Аналогично определяется скорость точки D. Скорость точки B равна $\overline{V}_B = \overline{V}_C + \overline{V}_{BC}$, при этом скорости $\overline{V}_C$ и $\overline{V}_{BC}$ равны по модулю и направлены по одной прямой, поэтому $V_B = 2V_C$.

<u>План скоростей</u>

План скоростей представляет собой графический метод определения скоростей точек плоской фигуры.

Пусть известны вектор скорости точки A и направление скорости точки B плоской фигуры (рис.8). Определим вектор скорости точки B.

Скорость точки B определяется формулой

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}.$$

В этой формуле известны направление и модуль скорости точки A и направления векторов $\overline{V}_B$ и $\overline{V}_{BA}$ ($\overline{V}_{BA} \perp AB$).

Выбираем (рис. 8а) неподвижный центр O, откладываем от него в произвольно выбранном масштабе вектор $O\overline{a} = \overline{V}_A$, получаем точку ***а***. Затем из центра О поводим прямую, параллельную скорости $\overline{V}_B$, а из точки ***а*** проводим прямую, параллельную скорости $\overline{V}_{BA}$, (перпендикулярно отрезку AB). Точка пересечения этих прямых определяет точку ***в***. Соединяем центр O с точкой ***в***, получаем вектор $O\overline{b} = \overline{V}_B$, в полученном треугольнике ***Oав*** вектор $a\overline{b} = \overline{V}_{BA}$.

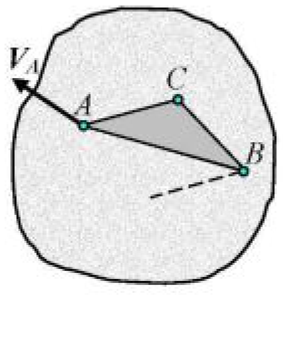


Рис.8

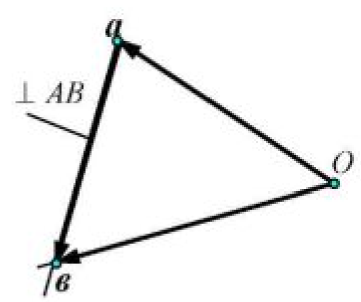


Рис.8а

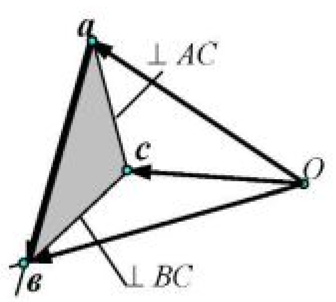


Рис.8 б

Определим на плане скоростей модуль и направление скорости еще одной точки C. На основании формул

$$\overline{V}_C = \overline{V}_A + \overline{V}_{CA}, \ \overline{V}_C = \overline{V}_B + \overline{V}_{CB}$$

Можно записать

$$\overline{V}_A + \overline{V}_{CA} = \overline{V}_B + \overline{V}_{CB} \ .$$

Проведем из точки ***a*** прямую (рис.8 б), перпендикулярно отрезку АС (так как $\overline{V}_{CA} \perp AC$). Конец вектора $\overline{V}_{CA}$ должен лежать на этой прямой. Из точки ***b*** проведем прямую перпендикулярно отрезку ВС ($\overline{V}_{CB} \perp BC$). Конец вектора $\overline{V}_{CB}$ лежит на этой прямой. Следовательно, точка пересечения прямых, проведенных из точек ***a*** и ***b***, определит точку ***c***. Соединяя центр О с точкой ***c*** прямой, получим вектор $O\overline{c} = \overline{V}_C$

Фигура О***abc*** представляет собой графическую картину распределения скоростей плоской фигуры и называется планом скоростей. Точки ***a.b, c*** называются вершинами плана скоростей, векторы $O\overline{a}, O\overline{b}, O\overline{c}$ представляют скорости точек A, B, C. Векторы $a\overline{b}, b\overline{c}, a\overline{c}$ равны скоростям точек В, при вращении вокруг соответствующих полюсов. Как следует из построения треугольники ABC и ***авс*** подобны и повернуты друг относительно друга на угол 90^0.

Пример. Определить скорости точек B и C шатуна кривошипно-шатунного механизма (рис.9) путем построения плана скоростей, если известно, что угловая скорость кривошипа ОА равна ω и $AC = CB$.

Решение. Скорость точки A перпендикулярна кривошипу и равна

$$V_A = \omega OA.$$

Скорость $\overline{V}_B$ точки B направлена горизонтально влево.

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}, \ \overline{V}_{BA} \perp AB \ .$$

Выберем полюс O и отложим из него в выбранном масштабе вектор $O\overline{a} = \overline{V}_A$. Из этого же полюса проведем прямую, параллельную вектору $\overline{V}_B$. Затем из конца вектора $O\overline{a}$ поведем прямую, перпендикулярную шатуну AB. Точка пересечения этой прямой и прямой, параллельной $\overline{V}_B$, определяет ко

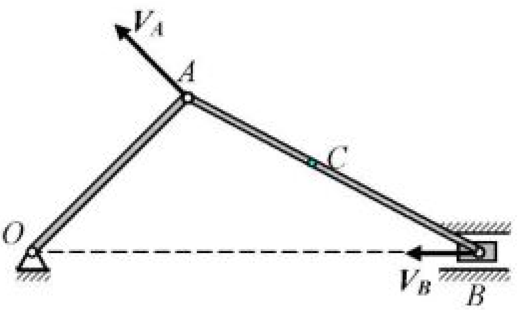


Рис.9

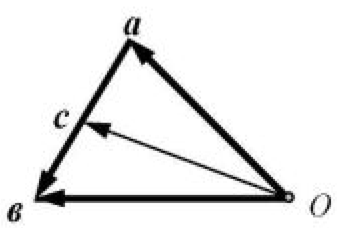


Рис.9 а

нец вектора $a\overline{b} = \overline{V}_{BA}$.

Аналогично, $\overline{V}_C = \overline{V}_A + \overline{V}_{CA}$, $\overline{V}_{CA} \perp CA$. Кроме того, $\frac{V_{CA}}{V_{CA}} = \frac{CA}{BA}$.

Для того, чтобы определить вектор $O\overline{c} = \overline{V}_C$, разделим пополам на плане скоростей отрезок ***ав*** (рис.9а) полученную точку ***с*** соединим с точкой O вектором $O\overline{c} = \overline{V}_C$.

Теорема Жуковского.

Проекции скоростей двух точек плоской фигуры на прямую, соединяющую эти точки, равны между собой (рис.10).

Рассмотрим две точки A и B плоской фигуры. Выбираем точку A за полюс, тогда скорость точки B связывается со скоростью точки A равенством

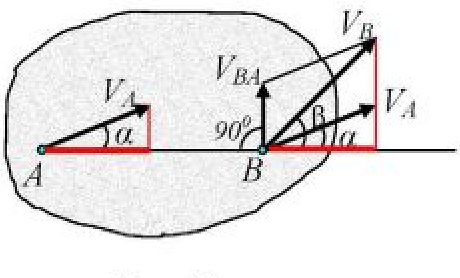


Рис. 10

$$\overline{V}_B = \overline{V}_A + \overline{V}_{BA}.$$

Проектируя это равенство на прямую AB, и учитывая, что $\overline{V}_{BA} \perp AB$, находим

$$V_B \cos\beta = V_A \cos\alpha.$$

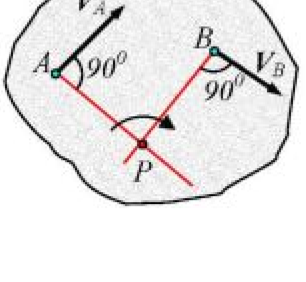
Таким образом, проекции скоростей точек А и В на прямую АВ равны:

$$np\,(\boldsymbol{V_A})_{AB} = np(\boldsymbol{V_B})_{AB}.$$

Мгновенный центр скоростей . Свойства м.ц.с.

Мгновенным центром скоростей называется точка Р плоскости, жестко связанной с плоской фигурой, скорость которой в данный момент равна нулю.

Теорема о существовании мгновенного центра скоростей.



Докажем, что при плоском движении существует точка, скорость которой в данный момент равна нулю.

Пусть в момент времени t точки A и B плоской фигуры (рис.11) имеют скорости $\boldsymbol{V_A}$ и $\boldsymbol{V_B}$, не параллельные друг другу. Проведем к скоростям в точках A и B перпендикуляры и определим точку их пересечения P. Находим скорость этой точки с помощью теоремы Жуковского:

$$np\,(\boldsymbol{V_A})_{AP} - np(\boldsymbol{V_P})_{AP}.$$

$$np\,(\boldsymbol{V_B})_{AP} - np(\boldsymbol{V_P})_{AP}.$$

Так как скорость $V_A \perp AP$, то ее проекция на прямую AP равна нулю, точно также проекция V_B на прямую BP равна нулю. Оказалось, что проекции скорости точки P на две пересекающиеся прямые AP и BP равны нулю, следовательно, скорость точки P равна нулю.

Таким образом, точка P является мгновенным центром скоростей.

Свойства мгновенного центра скоростей

Выберем мгновенный центр скоростей P плоской фигуры за полюс. Тогда скорость точки A будет

$$\overline{V}_A = \overline{V}_P + \overline{V}_{AP}.$$

Скорость точки P равна нулю, следовательно, $\overline{V}_A = \overline{V}_{AP}$.

Скорости точек плоской фигуры в данный момент определятся так, как будто плоская фигура вращается вокруг мгновенного центра скоростей.

Отсюда следует:

1. Скорость каждой точки направлена ***перпендикулярно отрезку,*** соединяющему точку с мгновенным центром скоростей:

$$\overline{V}_A \perp AP, \quad \overline{V}_B \perp BP.$$

2. ***Скорость каждой точки равна произведению угловой скорости плоской фигуры на расстояние точки до мгновенного центра скоростей.***

$$V_A = \omega\, AP, \quad V_B = BP.$$

3. ***Скорости точек плоской фигуры пропорциональны их расстояниям до мгновенного центра скоростей***

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{AP}{BP}$$

4. Угловая скорость плоской фигуры равна скоростей любой ее точки, деленной на расстояние до мгновенного центра скоростей.

$$\omega = \frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP}.$$

Способы нахождения мгновенного центра скоростей

Для определения положения мгновенного центра скоростей плоской фигуры необходимо знать только направления скоростей двух ее точек.

Указанные свойства позволяют определить положение мгновенного центра скоростей плоской фигуры в различных случаях.

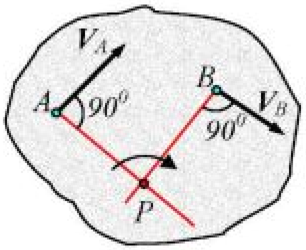


Рис.12

1. ***Если скорости двух точек не параллельны, то мгновенный центр скоростей лежит в точке пересечения перпендикуляров к ним***, что следует из теоремы о существовании мгновенного центра скоростей (рис.12).

2. ***Если плоское движение осуществляется качением без скольжения одного твердого тела по неподвижной поверхности другого, то точка их контакта Р имеет в данный момент скорость, равную нулю,*** и, следовательно, будет мгновенным центром скоростей (рис.13).

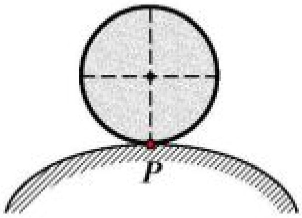


Рис.13

3. Если скорости двух точек А и В плоской фигуры параллельны и с прямой, соединяющей эти точки, составляют прямые углы, то мгновенный центр скоростей Р находится как точка пересечения общего перпендикуляра, восстановленного к скоростям в данных точках, и прямой, проходящей через концы векторов скоростей (рис.14 и рис.15).

4. Если скорости двух точек параллельны и с прямой, соединяющей точки образуют острые углы, то мгновенный центр скоростей не существует (находится в бесконечности). В этом случае скорости всех точек плоской фигуры равны, а угловая скорость равна нулю (рис. 16).

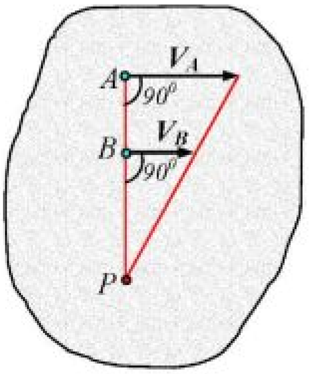


Рис. 14

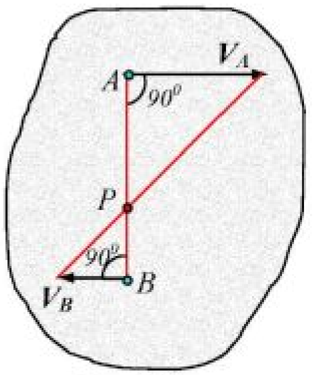


Рис. 15

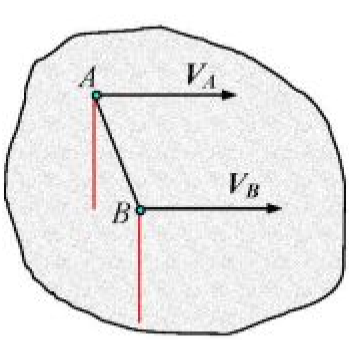


Рис. 16

Решение задач с помощью мгновенного центра скоростей.

Задача 1. Найти скорости точек A, B и D обода колеса, катящегося по прямолинейному рельсу без скольжения, если скорость центра колеса C равна V_C.

Определить скорости точек A, B, D и угловую скорость колеса.

Решение. Мгновенный центр скоростей P колеса находится (рис.177) в точке контакта колеса с неподвижной плоскостью. Скорости точек A, B, D перпендикулярны к отрезкам, соединяющим эти точки с точкой P, модули скоростей пропорциональны их длинам:

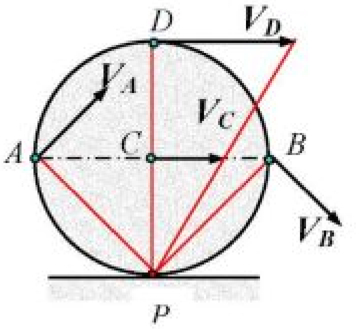


Рис.17

Расстояния точек A и B до мгновенного центра скоростей одинаковы, следовательно, скорости этих точек равны

$$V_A = V_B = V_C\sqrt{2}.$$

Скорость точки D равна $2V_C$, так как расстояние точки D до мгновенного центра скоростей в два раза больше расстояния CP .

$$\frac{V_A}{V_C} = \frac{AP}{CP}; \quad V_A = V_C\frac{AP}{CP}; \quad AP = R\sqrt{2}, \quad V_A = V_C\sqrt{2}.$$

Угловая скорость колеса равна $\omega = \dfrac{V_C}{CP} = \dfrac{V_C}{R}$.

Задача.2. Диск зажат между двумя рейками, (рис.18) которые движутся со скоростями V_1 и V_2 ($V_1 > V_2$).

Определить угловую скорость диска и скорость его центра, если его радиус равен R.

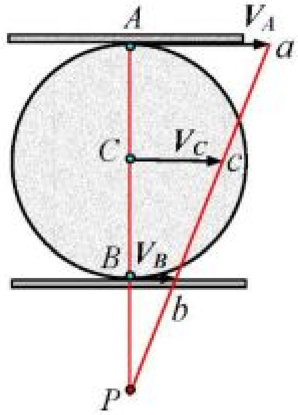


Рис.18

Решение. Скорость точки A диска равна скорости верхней рейки, а скорость точки B – скорости нижней рейки. Мгновенный центр скоростей находится в точке P (рис.16). Скорость точки С является средней линией трапеции *BAaв:*

$$V_C = \frac{V_1 + V_2}{2}.$$

Угловая скорость

$$\omega = \frac{V_A}{AP} = \frac{V_B}{BP} = \frac{V_A - V_B}{AP - BP} = \frac{V_1 - V_2}{2R}.$$

Задача 3. Кривошипно-шатунный механизм

Угловая скорость кривошипа равна ω_{OA}. Определить угловую скорость шатуна и скорости точек A,B, и C для трех положений механизма.

Кривошип OA вращается вокруг точки O, шатун AB совершает плоское движение в плоскости чертежа. Во всех случаях скорость точки А перпендикулярна кривошипу и равна $V_A = \omega_{OA} OA.$, а скорость точки B направлена по горизонтальной прямой.

1. Кривошип OA образует острый угол с горизонтальной прямой (рис.19). В этом случае мгновенный центр скоростей шатуна находится в точке P, где пересекаются восстановленные в точках A и B перпендикуляры к скоростям в этих точках.

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{AP}{BP} \quad \Rightarrow \quad V_B = V_A \frac{BP}{AP}.$$

Скорость точки С направлена перпендикулярно отрезку РС и находится из пропорции:

$$\frac{V_C}{V_A} = \frac{CP}{AP} \quad \Rightarrow \quad V_C = V_A \frac{CP}{AP}.$$

Угловая скорость шатуна равна

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP}$$

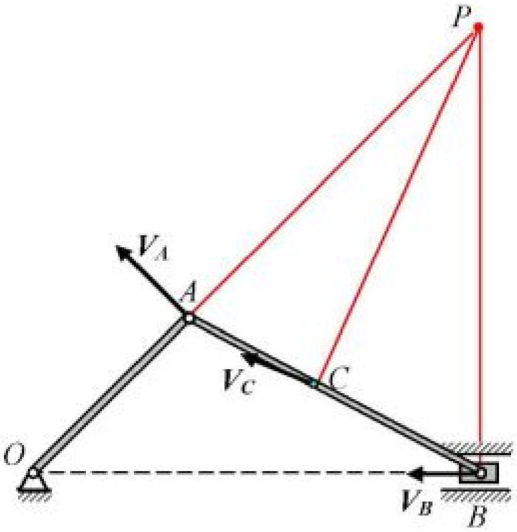


Рис.19

2. Кривошип и шатун расположены на одной прямой (рис.20).

В этом положении мгновенный центр скоростей находится в точке B, поэтому скорость V_B равна нулю. Скорость точки С находится из пропорции:

$$\frac{V_C}{V_A} = \frac{CB}{AB} \quad \Rightarrow \quad V_C = V_A \frac{CB}{AB}.$$

Угловая скорость шатуна равна

$$\omega_{AB} = \frac{V_A}{AB}.$$

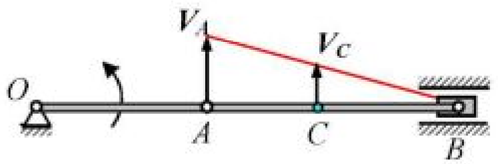


Рис.20

3. Кривошип занимает вертикальное положение (рис.21). В этом случае мгновенный центр скоростей шатуна находится в бесконечности, скорости всех его точек равны, угловая скорость шатуна равна нулю.

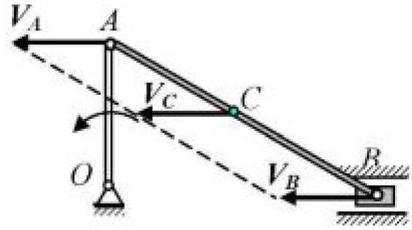


Рис. 21

Задача 4. Определить скорости точек *A*, *B*, *P* подвижного блока *3* (рис.22) и его угловую скорость, если скорость тела 1 равна V_1

Решение. Подвижный блок совершает плоское движение. Скорость точки контакта *P* подвижного блока с неподвижной нитью равна нулю: $V_P = 0$, т.е. точка *P* – мгновенный центр скоростей подвижного блока.

Скорость точки *C* перпендикулярна отрезку, соединяющему ее с мгновенный центром скоростей: $\overline{V}_C \perp CP$.

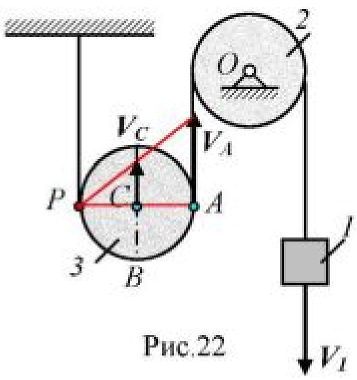


Рис.22

Скорости точек при плоском движении пропорциональны расстояниям до мгновенного центра скоростей

$$\frac{V_C}{V_A} = \frac{CP}{AP}.$$

$V_A = V_1$, так как точка А и тело *1* связаны нерастяжимой нитью, тогда

$$\frac{V_C}{V_1} = \frac{0{,}5R}{R}.$$

Следовательно, $V_C = 0{,}5\ V_A = 0{,}5\ V_1$.

Задача 5. Определить угловую скорость и скорости точек *A*, *B*, *C* и *P* катушки *3* (рис.23), если скорость груза 1 равна V_1.

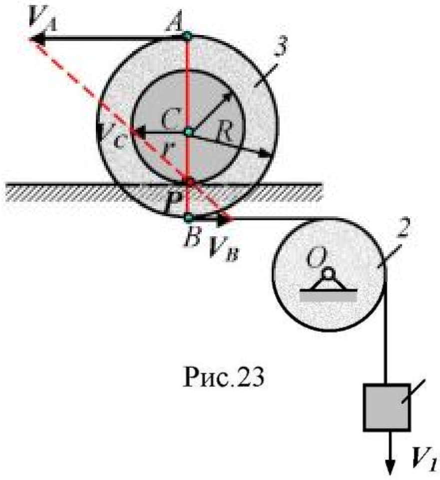


Рис.23

Решение. Скорость точки *B* катушки равна скорость груза 1, так как они связаны нерастяжимой нитью: $V_B = V_1$.

При качении без скольжения в точке контакта катушки с рельсом находится мгновенный центр скоростей *P*. Скорости точек *A* и С перпендикулярны отрезкам, соединяющим эти точки с мгновенным центром скоростей и пропорциональны их расстояниям до мгновенного центра скоростей, поэтому

$$\frac{V_C}{V_B} = \frac{CP}{BP}; \quad \frac{V_C}{V_B} = \frac{r}{R-r}.$$

Отсюда
$$V_C = V_B \frac{r}{R-r} = V_1 \frac{r}{R}$$

Аналогично определим скорость точки А.

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{AP}{BP}; \quad \frac{V_A}{V_B} = \frac{r+R}{R-r}.$$

Следовательно,

$$V_A = V_B \frac{r+R}{R-r} = V_B \frac{r+R}{R-r}.$$

Задача 6. Определить угловую скорость и скорости точек A, B, D, E шестерни 3 (рис.24), которую приводит в движение кривошип OA, вращающийся вокруг оси O неподвижной шестерни 1 с угловой скоростью ω_{OA}.

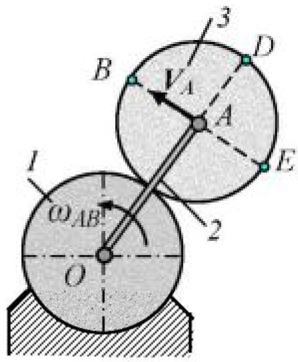


Рис.24

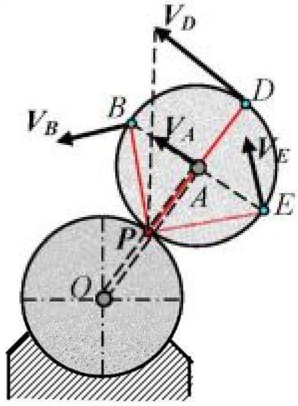


Рис.24 а

Решение. Скорость точки A, принадлежащей кривошипу OA, перпендикулярна кривошипу и равна $V_A = \omega_{AB}\, AB$.

Шестерня 3 совершает плоское движение, ее мгновенный центр скоростей находится в точке зацепления P с неподвижной шестерней 1 (рис. 24а). Скорости точек B, E и D перпендикулярны отрезкам, соединяющим их с мгновенным центром скоростей.

$$\overline{V}_B \perp BP, \quad \overline{V}_D \perp DP, \quad \overline{V}_E \perp EP.$$

Скорости точек пропорциональны отрезкам, соединяющим эти точки с мгновенным центром скоростей P.

$V_B = V_E$, так как расстояния этих точек до мгновенного центра скоростей равны: $BP = EP$.

$$\frac{V_A}{V_B} = \frac{AP}{BP}; \text{ откуда } V_B = V_A \frac{BP}{AP} = V_A \frac{R\sqrt{2}}{R} = V_A\sqrt{2}.$$

Аналогично определяем скорость точки D.

$$\frac{V_A}{V_D} = \frac{AP}{DP}; \text{ откуда } V_D = V_A \frac{DP}{AP} = V_A \frac{2R}{R} = 2V_A.$$

Задача 7. Определить скорости точек A, B, C, D и угловые скорости звеньев механизма, изображенного на рис. 25, если угловая скорость кривошипа OA равна ω_{OA}.

Решение. Во всех вариантах скорость точки A, являющейся концом кривошипа OA, равна $V_A = \omega_{OA}\, OA$ и перпендикулярна кривошипу.

Звенья OA и OB механизма (рис.25) совершают вращательное движение. Скорость точки A, являющейся концом кривошипа OA, равна $V_A = \omega_{OA}\, OA$ и перпендикулярна кривошипу.

Скорость $\overline{V}_B \perp OB$.Звенья AC и BD совершают плоское движение. Звено CD движется поступательно, поэтому скорости точек C и D равны: $V_C = V_D$.

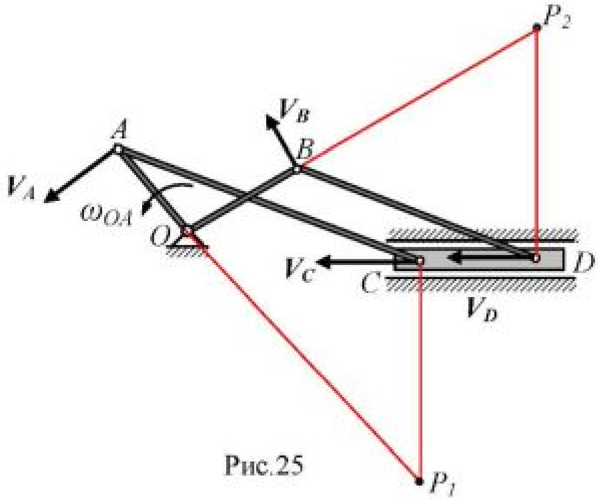


Рис.25

Мгновенный центр скоростей звена AC лежит в точке P_1 пересечения перпендикуляров к скоростям в точках A и C.

$$\frac{V_C}{V_A} = \frac{CP_1}{AP_1}, \quad V_C = V_A \frac{CP_1}{AP_1}.$$

Угловая скорость звена АС равна $\omega_{AC} = \dfrac{V_A}{AP_1}$.

Проведем перпендикуляры к скоростям V_B и V_D , точка их пересечения P_2 - мгновенный центр скоростей звена BD. $\dfrac{V_B}{V_D} = \dfrac{BP_2}{DP_2}$, откуда $V_B = V_D \dfrac{BP_2}{DP_2}$.

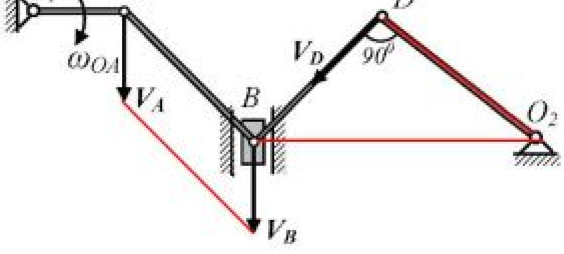
Угловая скорость звена BD равна

$$\omega_{BD} = \frac{V_B}{BP_2}.$$

Задача 8. Определить скорости точек A, D и угловые скорости звеньев механизма, изображенного на рис. 26, если угловая скорость кривошипа OA равна ω_{OA}.

Скорость точки A равна $V_A = \omega_{OA}\, OA$ и перпендикулярна кривошипу OA. Звено AB совершается плоское движение, скорость точки B направлена вертикально вниз. Мгновенный центр в данный момент находится в бесконечности, поэтому скорости всех его точек равны, а угловая скорость $\omega_{AB} = 0$.

Скорость точки D перпендикулярна кривошипу O_2D, следовательно, мгновенный центр скоростей звена BD совпадает с точкой O_2.



Тогда $\dfrac{V_D}{V_B} = \dfrac{DO_2}{BO_2}$; откуда

$$V_D = V_B \frac{DO_2}{BO_2}.$$

Угловая скорость звена BD равна $\omega_{BD} = \dfrac{V_B}{BO_2} = \dfrac{V_D}{DO_2}$.

Угловая скорость кривошипа O_2D равна $\omega_{BD} = \dfrac{V_D}{DO_2}$.

Задача 9. Определить скорости точек A, C, D и угловые скорости звеньев механизма, изображенного на рис. 25, если угловая скорость кривошипа OA равна ω_{OA} (рис.27).

Решение. Звенья O_1A и O_2B совершают вращательные движения, поэтому скорость точки A направлена перпендикулярно кривошипу O_1A и равна

$V_A = \omega_{OA} \cdot OA$.

Скорость точки D перпендикулярна звену O_2D.

Звено AD совершает плоское движение, мгновенный центр скоростей этого звена лежит в точке P пересечения перпендикуляров, проведенных в точках A и D к скоростям $\boldsymbol{V_A}$ и $\boldsymbol{V_D}$.

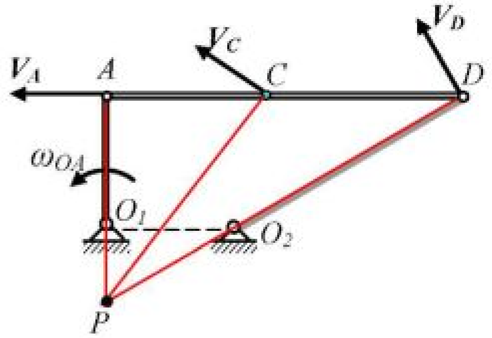


Рис.27

Скорость точки D находим из пропорции $\dfrac{V_D}{V_A} = \dfrac{DP}{AP}$. $V_D = V_A \dfrac{DP}{AP}$.

Соединим точек C с мгновенным центром скоростей P, скорость точки C будет направлена перпендикулярно отрезку CP.

Модуль этой скорости найдем из пропорции $\dfrac{V_C}{V_A} = \dfrac{CP}{AP}$, $V_C = V_A \dfrac{CP}{AP}$.

Угловая скорость звена AD равна $\omega_{AD} = \dfrac{V_A}{AP}$.

Угловая скорость кривошипа равна $\omega_{O_2D} = \dfrac{V_D}{O_2D}$.

Задача 10. Определить скорости точек A, B, C, и угловые скорости звеньев механизма, изображенного на рис. 28, если угловая скорость кривошипа OA равна ω_{OA}.

Решение. Звенья OA и DB совершают вращательные движения, поэтому $\overline{V}_A \perp OA$, $\overline{V}_B \perp BD$. Скорость точки A равна $V_A = \omega_{OA} \cdot OA$. Звено совершает

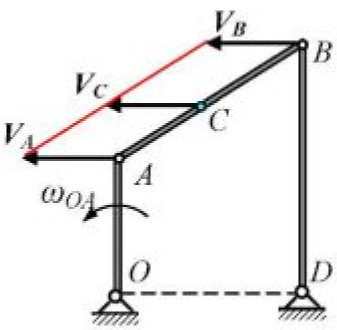


Рис.28

плоское движение, так как скорости точек A и B параллельны, то мгновенный центр скоростей этого звена находится в бесконечности, поэтому скорости всех его точек геометрически равны

$\boldsymbol{V_A = V_B = V_C}$.

Угловая скорость звена AB равна нулю. Угловая скорость кривошипа BD равна

$$\omega_{BD} = \frac{V_B}{BD}.$$

Задача 11. Определить скорости точек A, B, C, D и угловые скорости звеньев механизма, изображенного на рис. 29, если угловая скорость кривошипа OA равна ω_{OA}.

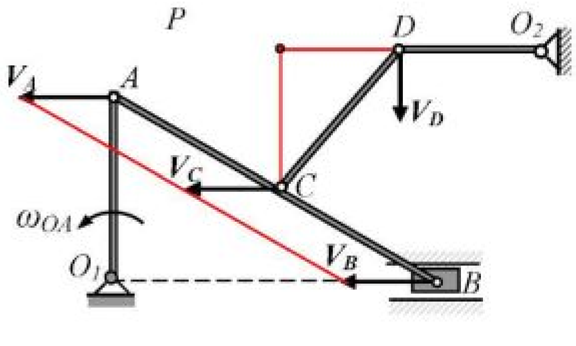


Рис.29

Решение. Скорость точки A перпендикулярна кривошипу и равна $V_A = \omega_{OA} \cdot OA$. Звено AB совершает плоское движение, скорость V_B точки B направлена горизонтально влево. В данном положении мгновенный центр скоростей звена AB находится в бесконечности, поэтому скоростей всех его точек геометрически равны: $\boldsymbol{V_A = V_B = V_C}$.

Звено CD совершает плоское движение, мгновенный центр скоростей этого звена лежит в точке P пересечения перпендикуляров, проведенных к скоростям в точках C и D. Скорость точки D найдем из пропорции

$$\frac{V_C}{V_D} = \frac{CP}{DP}, \; V_D = V_C \frac{DP}{CP}.$$

Угловая скорость звена CD равна $\omega_{CD} = \dfrac{V_C}{CP}$.

Угловая скорость кривошипа O_2D равна $\omega_{O_2D} = \dfrac{V_D}{DP}$.

Задача 12. Определить скорость точки C и угловую скорость подвижного блока 3 (рис.30), если скорость тела 1 равна V_1, $r = 0{,}5R$.

Решение. Блок 2 вращается вокруг точки O, скорость его точки B по величине равна скорости тела 1, так как они связаны нерастяжимой нитью: $V_B = V_1$.Скорость точек при вращательном движении пропорциональны их радиусам вращения, поэтому $\dfrac{V_A}{V_B} = \dfrac{r}{R} = \dfrac{0{,}5R}{R} = 0{,}5$. Следовательно, $V_A = 0{,}5\,V_B$.

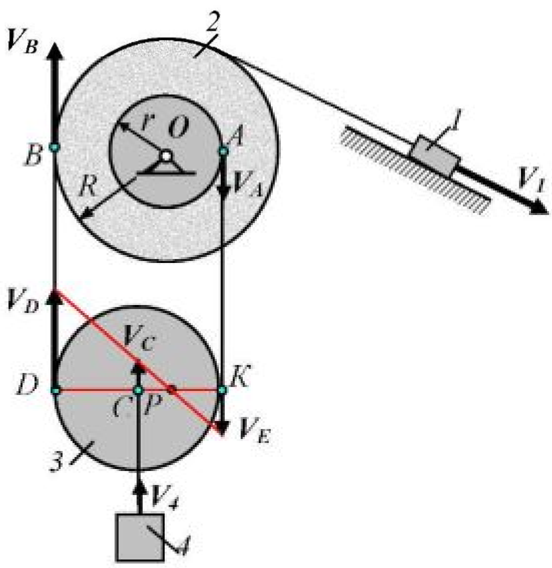


Рис.30

Подвижный блок 3 совершает плоское движение, при этом $V_D = V_B$, $V_K = V_A$, так как соответствующие точки связаны нерастяжимыми нитями.

Рассмотрим движение блока 3. Мгновенный центр скоростей находится в точке пересечения P общего перпендикуляра, проведенного к скоростям $\boldsymbol{V_D}$ и $\boldsymbol{V_K}$, и прямой, проходящей через концы этих векторов. Конец вектора скорости $\boldsymbol{V_C}$ точки С лежит на прямой, соединяющей концы векторов скоростей $\boldsymbol{V_D}$ и $\boldsymbol{V_K}$.

$V_K = V_A = 0{,}5V_B$, $V_D = V_B$, тогда $V_K = 0{,}5V_D$.

Составим пропорцию:

$$\frac{V_K}{V_D} = \frac{KP}{DP}.$$

Обозначив $CP = x$, тогда $KP = R - x$, $DP = R + x$. Подставив эти значения в пропорцию, получим

$$\frac{0{,}5\,V_D}{V_D} = \frac{R - x}{R + x}, \text{ откуда } x = \frac{R}{3}.$$

Тогда расстояние точки K до мгновенного центра скоростей P равно $KP = R - x = 2/3\ R$, т.е. расстояние точки C до мгновенного центра скоростей в два раза меньше, чем то же расстояние до точки K, поэтому скорость точки будет в два раза меньше скорости точки К. $V_C = 0{,}5 \cdot V_K = 0{,}5\ V_A = 0{,}25\ V_1$.

Угловая скорость блока 3 равна $\omega_3 = \dfrac{V_C}{CP} = \dfrac{0{,}25V_1 3}{R} = 0{,}75\dfrac{V_1}{R}$.

Скорость груза 4, подвешенного на нити в точке C, равна скорости точки C. $V_4 = V_C = 0{,}25\ V_1$.

Задача 13. Определить скорость точки C и угловую скорость кривошипа OC указанного на рис.31 механизма, если скорость тела 1 равна V_1 (радиусы тел 3 и 5 заданы).

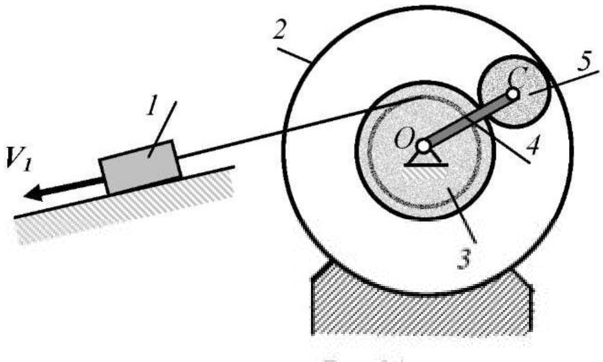


Рис.31

Решение. Данный механизм состоит из пяти, соединенных между собой тел.

1. Тело 1, двигаясь вниз по наклонной плоскости, сообщает телу 3 вращательное движение вокруг точки O.

В свою очередь тело 3, находясь в зацеплении с телом 5, сообщает ему плоское движение.

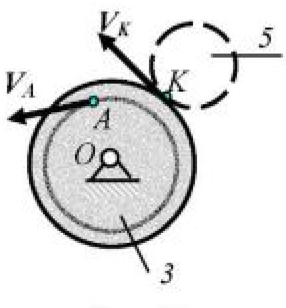


Рис. 31 а

Точка C тела 5 приводит в движение кривошип OC, который вращается вокруг точки O.

2. Рассмотрим движение тела 3 (рис.31а). Скорость точки A равна скорости груза 1, так как они связаны нерастяжимой нитью. Определим скорость точки K.

Скорости точек вращающегося тела относятся как их радиусы вращения:

$$\frac{V_A}{V_K} = \frac{r}{R}.$$

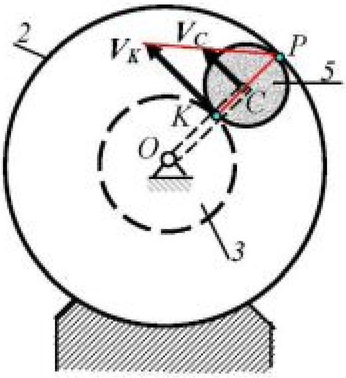


Рис. 31 б

Отсюда скорость

$$V_K = V_A \frac{R}{r} = V_1 \frac{R}{r}.$$

3. Рассмотрим движение тела 5 (рис.31 б). Точка Р является мгновенным центром скоростей, так как в этой точке тело 5 находится в зацеплении с неподвижной шестерней 2. Скорость точки находим из пропорции

$$\frac{V_C}{V_K} = \frac{CP}{KP},$$

$$V_C = V_K \frac{CP}{KP} = \frac{r_3}{2r_3} = \frac{V_K}{2} = \frac{V_1 R}{2r}.$$

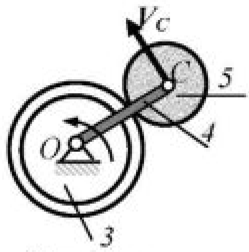


Рис. 31 в

4. Кривошип вращается (рис.31в) вокруг точки O с угловой скоростью, которую определим по формуле

$$\omega_{OC} = \frac{V_C}{OC}.$$

Задача 14. Кривошип OC соединяющий центры трех шестерен одинакового радиуса R (рис.32), вращается вокруг точки О с угловой скоростью ω. Шестерня *1* закреплена неподвижно, шестерни *2* и 3 приводятся в движение кривошипом. Определить скорости точек контакта между шестернями, скорость точки D и угловые скорости подвижных шестерен.

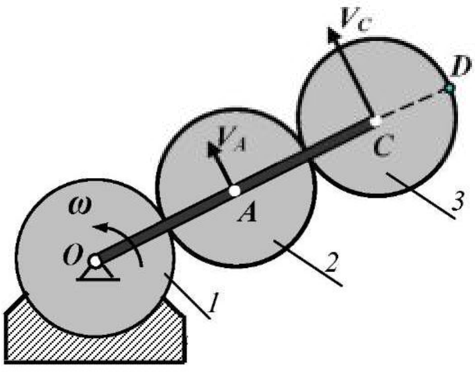


Рис.32

Решение.

1. Рассмотрим движение кривошипа.

Скорости точек A и C (рис.32) направлены перпендикулярно кривошипу OC и равны

$$V_A = \omega \cdot OA = 2\,\omega\, R,\ \ V_C = \omega \cdot OC = 4\,\omega\, R.$$

2. Рассмотрим движение шестерни 2.

Шестерня 2 совершает плоское движение, (рис.32 а) скорость точки A известна. В точке контакта с неподвижной шестерней 1 находится мгновенный центр скоростей P.

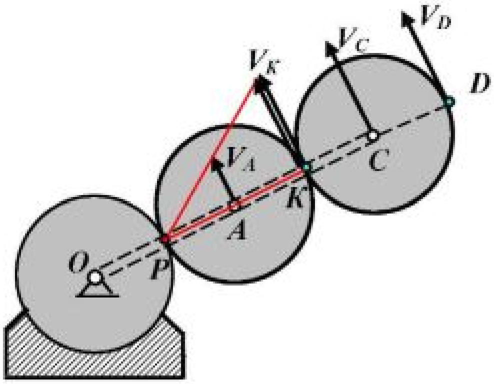


Рис.32 а

Скорость V_K направлена перпендикулярно отрезку KP, модуль ее определяется из пропорции

$$\frac{V_K}{V_A}=\frac{KP}{AP}=\frac{2R}{R}=2,$$

откуда $V_K = 2\,V_A = 4\omega\,R$.

Угловая скорость шестерни 2 равна

$$\omega_2=\frac{V_A}{AP}=\frac{2\omega\,R}{R}=2\omega\,.$$

3. Определим характер движения шестерни *3*.

Скорости точек C и D шестерни *3* равны по модулю и параллельны, следовательно, шестерня 3 совершает поступательное движение, угловая скорость такого движения равна нулю.

<u>Упражнения.</u>

Определить с помощью мгновенного центра скоростей скорости точек A, B и С в механизмах, представленных на чертежах

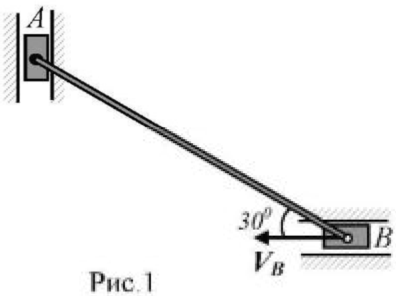


Рис.1

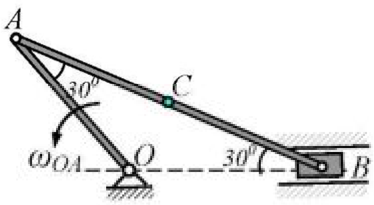


Рис.2

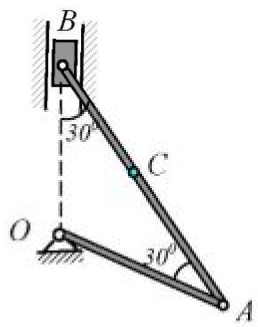


Рис. 3

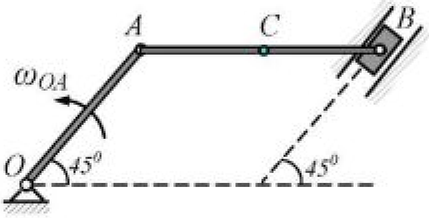


Рис.4

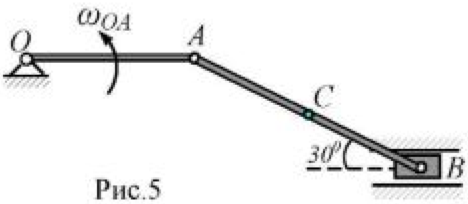


Рис.5

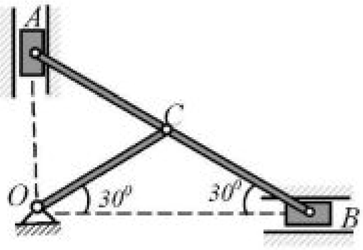


Рис.8

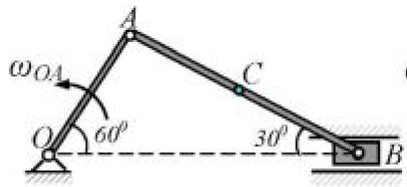


Рис.9

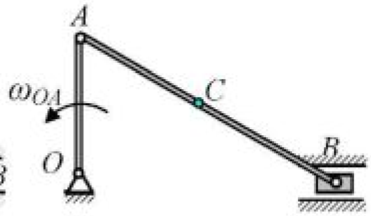


Рис.710

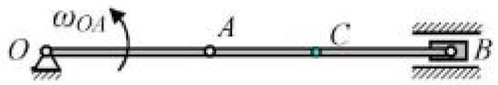


Рис.11

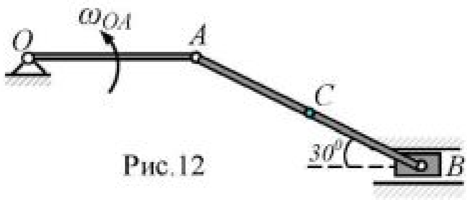


Рис.12

Ускорения точек плоской фигуры.

Движение плоской фигуры в своей плоскости можно разложить на поступательное движение вместе с произвольно выбранной точкой, принимаемой за полюс, и вращательное движение вокруг этого полюса.

Следовательно, ***ускорение любой точки при плоском движении равно геометрической сумме двух ускорений: ускорения выбранного полюса, и ускорения, полученного данной точкой при ее вращательном движении вокруг полюса.***

Пусть известно ускорение точки A плоской фигуры, тогда ускорение другой точки этой фигуры будет равно (рис.33).

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA} ,$$

где ускорение вращательного движения точки А вокруг точки B раскладывается на нормальное и касательное ускорения:

$$\overline{a}_{BA} = \overline{a}^{\tau}_{BA} + \overline{a}^{n}_{BA} .$$

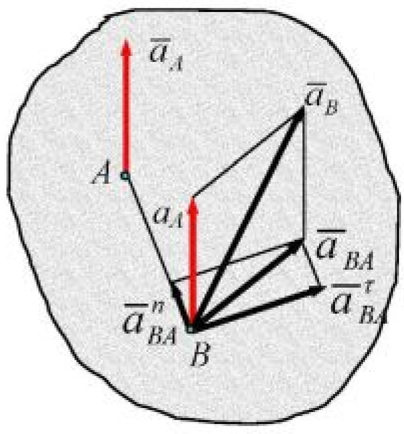


Рис.33

Касательное ускорение вращательного движения точки вокруг полюса направлено перпендикулярно отрезку AB, соединяющему точку B с полюсом A, и равно

$$a_{BA}^{\tau} = \varepsilon\, BA.$$

Нормальное ускорение направлено по отрезку BA к полюсу A и равно

$$a_{BA}^{n} = \omega^2\, BA.$$

Окончательно, полное ускорение точки B равно геометрической сумме трех ускорений: ускорения выбранного полюса A, нормального и касательного ускорений вращательного движения точки B вокруг этого полюса:

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A + \overline{a}_{BA}^{n} + \overline{a}_{BA}^{\tau}.$$

Мгновенным центром ускорений называется точка, принадлежащая связанной с плоской фигурой плоскости, ускорение которой в данный момент равно нулю.

Если за полюс выбрать мгновенный центр ускорений, то ускорение произвольной точки плоской фигуры определяется как ускорение вращательного движения вокруг мгновенного центра ускорений (рис.34).

$$\overline{a}_A = \overline{a}_{AL} = \overline{a}_{AL}^{n} + \overline{a}_{AL}^{\tau},$$

где L –мгновенный центр ускорений, $\overline{a}_{AL}^{n}$ - нормальное ускорение, $\overline{a}_{AL}^{\tau}$ - касательное ускорение точки A вращательного движения плоской фигуры вокруг мгновенного центра ускорений.

$$a_{AL}^{n} = \omega^2\, AL, \quad a_{AL}^{\tau} = \varepsilon\, AL.$$

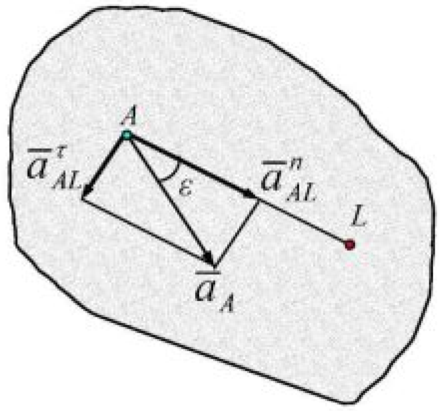


Рис.34

Ускорение $\overline{a}_{AL}^{n}$ - направлено по AL, ускорение $\overline{a}_{AL}^{\tau}$ - перпендикулярно AL. Ускорение $\overline{a}_A$ точки A образует угол α с отрезком AL соединяющим точку A с мгновенным центром ускорений и равно (рис.35)

$$|\overline{a}_A| = \sqrt{(a_{AL}^{n})^2 + (a_{AL}^{\tau})^2} = AL\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2},$$

$$tg\alpha = \frac{a_{AL}^{\tau}}{a_{AL}^{n}} = \frac{|\varepsilon|}{\omega^2}.$$

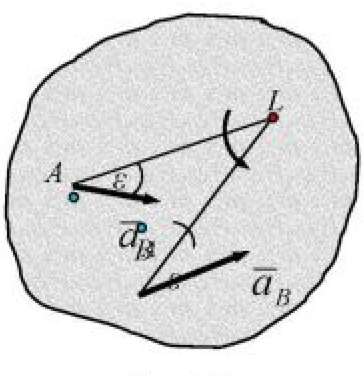


Рис. 35

Таким образом, если известно ускорение точки A плоской фигуры, то, чтобы найти положение мгновенного центра ускорений, следует это ускорение повернуть вокруг точки A на угол α в сторону вращения фигуры и на полученной прямой отложить расстояние

$$AL = \frac{|\overline{a}_A|}{\sqrt{\omega^4 + \varepsilon^2}} \ .$$

Если известны направления ускорений двух точек плоской фигуры, то мгновенный центр ускорений определяется как точка пересечения полученных поворотом этих ускорений на один и тот же угол $\alpha = arctq\frac{|\varepsilon|}{\omega^2}$ в сторону вращения.

Задача1. Центр колеса, катящегося без скольжения по горизонтальной плоскости, в данный момент имеет скорость V_C = 2 м/с и ускорение a_C = *1,6 м/с*. Радиус колеса $R = 0,4$ *м*. Определить точек В и Р (рис. 36).

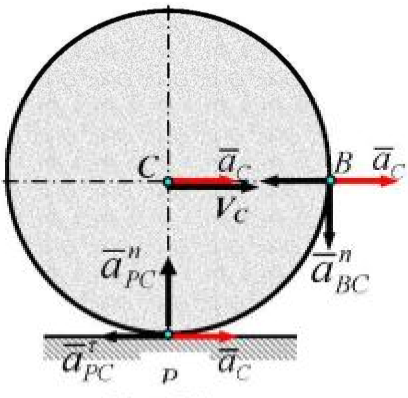


Рис. 36

Решение. Так как скорость и ускорение точки C известны, то принимаем точку C за полюс.

Тогда $\overline{a}_B = \overline{a}_C + \overline{a}^n_{BC} + \overline{a}^\tau_{BC}$

$$\overline{a}_P = \overline{a}_C + \overline{a}^n_{PC} + \overline{a}^\tau_{PC} \ ,$$

где

$$a^n_{BC} = \omega^2 \, BC = \omega^2 R, \quad a^n_{PC} = \omega^2 \, PC = \omega^2 R,$$

$$a^\tau_{BC} = \varepsilon \, BC = \varepsilon \, R, \qquad a^\tau_{PC} = \varepsilon \, BC = \varepsilon \, R.$$

Мгновенный центр скоростей колеса находится в точке P – точке касания колеса с неподвижной плоскостью, поэтому

$V_C = \omega CP = \omega R$, откуда $\omega = \frac{V_C}{R}$, при $t = 1c$, $\omega = \omega = \frac{2}{0,4} = 5\,(1/c)$.

Угловое ускорение колеса

$$\varepsilon = \frac{d\omega}{dt} = \frac{1}{R}\frac{dV_C}{dt} = \frac{a_C}{R}, \text{ при t =1 с, } \varepsilon = \frac{1,6}{0,4} = 4\,(1/c^2)$$

Тогда

$$a^\tau_{BC} = \varepsilon \, R = \frac{a_C}{R} R = a_C, \quad a^\tau_{PC} = \varepsilon \, R = \frac{a_C}{R} R = a_C.$$

Ускорение точки P будет направлено к центру колеса точке C и равно

$$a_P = a^n_{BC} = \omega^2 \, R = 5^2 \; 0,4 = 10\,(м/c^2).$$

Для определения ускорения в точке B спроектируем векторное равенство $\overline{a}_B = \overline{a}_C + \overline{a}^n_{BC} + \overline{a}^\tau_{BC}$ на горизонтальную ось x и вертикальную ось y:

$$a_{Bx} = a_C - a_{BC}^n = a_C - \omega^2 R = 1{,}6 - 5^2\ 0{,}4 = -8{,}4\ (м/с^2)$$
$$a_{By} = -a_{DC}^\tau = -a_C = -1{,}6\ (м/с^2)$$

$$|a_B| = \sqrt{a_{Bx}^2 + a_{By}^2} = \sqrt{(-8{,}4)^2 + (-1{,}6)^2} \approx 8{,}55\ (м/с).$$

Задача 2. Колесо радиуса R = 0,4 м катится без скольжения так, что центр колеса имеет постоянную скорость $V_C = 2$ *м/с*. Определить ускорения точек P и M обода колеса(рис.37)

Решение. Так как скорость центра колеса является постоянной, то его ускорение $\overline{a}_C = 0$, следовательно, точка С будет мгновенным центром ускорений.

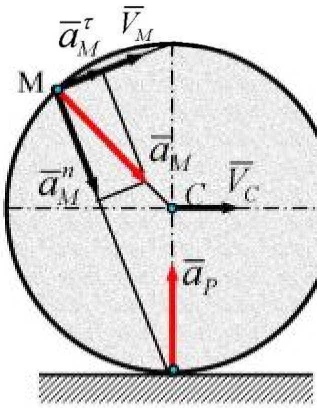


Рис.37

Мгновенный центр скоростей находится в точке P – точке контакта с неподвижной плоскостью. Значит

$$\omega = \frac{V_C}{CP} = \frac{V_C}{R} = const.$$

Отсюда следует,

что $\varepsilon = \dot{\omega} = 0, \quad tg\alpha = \frac{\varepsilon}{\omega^2} = 0, \quad \alpha = 0.$

Следовательно, ускорения всех точек колеса будут направлены к центру колеса и равны $a_M = \omega^2 CM = \omega^2 R = \dfrac{V_C^2}{R}.$

Ускорение точки M, находящейся на ободе колеса, являясь полным ускорением криволинейного движения, раскладывается на касательное, направленное по скорости в этой точке, и нормальное ускорение, направленное по перпендикуляру к скорости, т.е. по прямой, соединяющей точку M с мгновенным центром скоростей. (рис.37.).

$$\overline{a}_M = \overline{a}_M^n + \overline{a}_M^\tau; \quad a_M^n = a_M \cos\alpha, \quad a_M^\tau = a_M \sin\alpha.$$

Задача 3. Определить скорости точек A, B, C и ускорения точек A и B кривошипно-шатунного механизма (рис.38), если кривошип вращается с постоянной угловой скоростью $\omega_{OA} = 2$ $1/c$, $OA = AB = 0{,}6$ *м*, $MB = 0{,}3$ *м*, $\varphi = 30^0$.

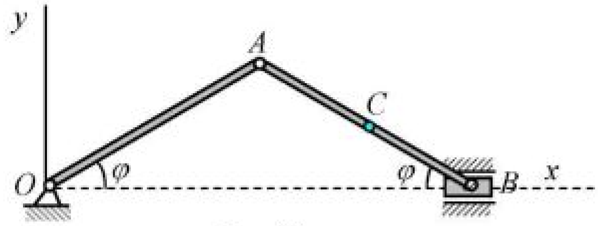


Рис.38

Решение. Скорость точки A (рис. 39) перпендикулярна кривошипу OA и равна

$$V_A = \omega_{OA}\, OA = 1{,}2\ м/с.$$

Звено AB совершает плоское движение/ Скорость точки B направлена горизонтально, что обусловлено направляющими, вдоль которых движется ползун B.

Для определения скоростей точек A и B, принадлежащих шатуну AB, определим положение мгновенного центра скоростей этого звена. Проведем перпендикуляры к скоростям в точках A и B, мгновенный центр скоростей P находится в точке их пересечения.

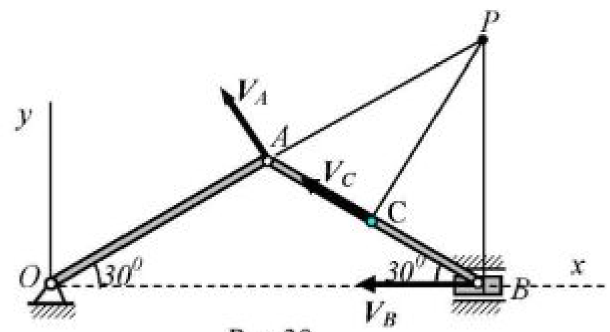


Рис.39

Скорости точек при плоском движении пропорциональны расстояниями до мгновенного центра скоростей.

$\frac{V_B}{V_A} = \frac{AP}{BP}$. В треугольнике ABP: $AP = BP$, следовательно, $V_B = V_A = 1,2$ *м/с*.

Скорость V_C точки C направлена перпендикулярно отрезку CP, соединяющему точку C с мгновенным скоростей. Значение скорости V_C находим из пропорции: $\frac{V_C}{V_A} = \frac{CP}{AP}$. Из треугольника ACP: $CP = AP \sin 60$.

Следовательно, $V_C = V_A \sin 60^0 = 1,03$ *м/с*.

Угловая скорость шатуна равна $\omega_{AB} = \frac{V_A}{AP} = \frac{1,2}{0,6} = 2$ *м/с*.

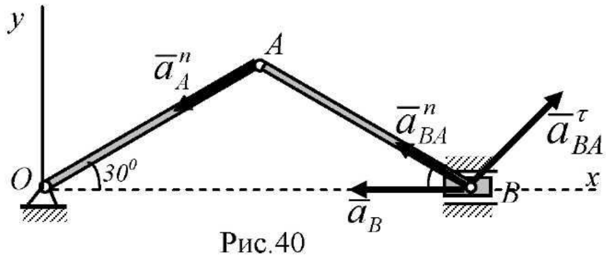


Рис.40

Ускорение точки A представляет собой нормальное ускорение $\overline{a}_A^n$, направленное по кривошипу (рис. 40)

$$a_A^n = \omega_{OA}^2\, OA = 2{,}4 \text{ м/с}.$$

Ускорение точки B направлено по оси x и определяется векторным равенством:

$$\overline{a}_B = \overline{a}_A^n + \overline{a}_{BA} = \overline{a}_A^n + \overline{a}_{BA}^n + \overline{a}_{BA}^\tau, \qquad (a)$$

где векторы $\overline{a}_{BA}^n$ и $\overline{a}_{BA}^\tau$ представляют собой составляющие ускорения вращательного движения звена AB вокруг точки A. Вектор $\overline{a}_{BA}^n$ направлен по радиусу вращения BA, ускорение $\overline{a}_{BA}^\tau$ - перпендикулярно AB.

Нормальное ускорение

$$a_{BA}^{n} = \omega_{AB}^{2}\ AB = 2{,}4\ м/с.$$

Таким образом, в уравнении (a) неизвестными являются ускорения $\overline{a}_B$ и $\overline{a}_{BA}^{\tau}$. Для их определения спроектируем равенство (a) на оси x и y.

На ось x: $\quad -a_B = -a_A^n \cos 30^0 - a_{BA}^n \cos 30^0 + a_{BA}^{\tau} \sin 30^0$. (б)

На ось y: $\quad 0 = -a_A^n \sin 30^0 + a_{BA}^n \sin 30^0 + a_{BA}^{\tau} \cos 30^0$. ($в$)

Из уравнения ($в$) находим $a_{BA}^{\tau} = a_A^n\, tg30^0 - a_{BA}^n\, tg30^0 = 0$.
Угловое ускорение шатуна равно нулю.
Из уравнения ($б$) получаем $a_B = 2{,}06\ м/с$.
Определим ускорение точки C (рис.41).

$$\overline{a}_C = \overline{a}_A^n + \overline{a}_{CA} = \overline{a}_A^n + \overline{a}_{CA}^n + \overline{a}_{CA}^{\tau} \qquad (г)$$

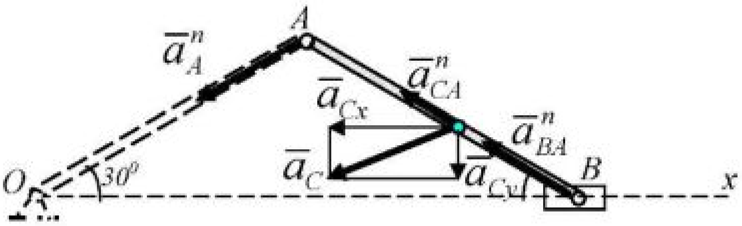


Рис.41

Касательное ускорение $\quad a_{CA}^{\tau} = 0$

Нормальное ускорение $\quad a_{CA}^{n} = \omega^2\ AC = 2^2\, 0{,}6 = 1{,}2\ (м/с^2)$.

Находим проекции уравнения ($г$)на оси Ох и Оу:

$$a_{Cx} = -a_A^n \cos 30^0 - a_{CA}^n \cos 30^0 = -1{,}82\ (м/с^2).$$
$$a_{Cy} = -a_A^n \sin 30^2 + a_{CA}^n \sin 30^0 = -2{,}4 \cdot 0{,}5 + 1{,}2 \cdot 0{,}5 = -0{,}6 (м/с^2).$$

Ускорение точки C равно

$$\left|\overline{a}_C\right| = \sqrt{a_{Cx}^2 + a_{Cy}^2} = \sqrt{(1{,}82)^2 + (-0{,}6)^2} = 1{,}91\ (м/с^2)$$

Контрольрые вопросы

1. Определение плоскопараллельного движения.
2. Уравнения движения плоской фигуры.
3. Определение скоростей точек плоской фигуры.
4. Теорема Жуковского.
5. Мгновенный центр скоростей. Свойства м.ц.с.
6. Способы нахождения мгновенного центра скоростей.
7. Решение задач с помощью мгновенного центра скоростей.
8. Ускорения точек плоской фигуры.

Библиографический список

1. Бутенин Н.В и др. Курс теоретической механики. Лань, 2002.- 736 стр.
2. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. Высшая школа, 2004. – 416 стр.
3. Яблонский А.А., Никифорова В.М. Курс теоретической механики. Интеграл-Пресс, 2004. – 608 стр.
4. Яблонский А.А. Сборник заданий для курсовых работ по теоретической механике. Интеграл-Пресс, 2004. – 384 стр.