ЕН.Ф.06 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА
СТАТИКА

Методические указания и контрольные задания
для студентов заочного обучения всех специальностей

В методических указаниях представлены варианты заданий и примеры их выполнения для студентов-заочников механических и технологических специальностей по разделу «Статика».

При составлении данного издания были использованы «Методические указания к расчетно-проектировочным работам по теоретической механике для студентов-заочников» под редакцией С. М. Тарга.

Содержание заданий, выбор вариантов, порядок выполнения работ, пояснения к тексту задач

К каждой задаче дается 10 рисунков и таблица (с тем же номером, что и задача), содержащая дополнительные к тексту задачи условия. Нумерация рисунков двойная, при этом номером рисунка является цифра, стоящая после точки. Например, рис. 1.4 – это рис. 4 к задаче 1 и т.д. Номера условий от 0 до 9 проставлены в 1-м столбце (или в 1-й строке) таблицы.

Студент во всех задачах выбирает номер рисунка по предпоследней цифре шифра, а номер условия в таблице – по последней; например, если шифр оканчивается числом 46, то берутся рис. 4 и условия № 6 из таблицы.

Чертеж к задаче выполняется с учетом условий решаемого варианта; он должен быть аккуратным и наглядным, а его размеры должны позволять ясно показать все силы или векторы скорости и ускорения и др.; показывать все эти векторы и координатные оси на чертеже, а также указывать единицы получаемых величин нужно обязательно. Решение задач необходимо сопровождать краткими пояснениями (какие формулы или теоремы применяются, откуда получаются те или иные результаты и т.п.) и подробно излагать весь ход расчетов. На каждой странице следует оставлять поля для замечаний рецензента.

Работы, не отвечающие всем перечисленным требованиям, проверяться не будут, а будут возвращаться для переделки.

К работе, высылаемой на повторную проверку (если она выполнена в другой тетради), должна обязательно прилагаться незачтённая работа.

На экзамене необходимо представить зачтенные по данному разделу курса работы, в которых все отмеченные рецензентом погрешности должны быть исправлены.

При чтении текста каждой задачи учесть следующее. Большинство рисунков дано без соблюдения масштаба, в тексте задач специально не оговаривается, что все нити (веревки, тросы) являются нерастяжимыми и невесомыми. Следует также иметь в виду, что некоторые из заданных в условиях задачи величин (размеров) при решении каких-нибудь вариантов могут не понадобиться, они нужны для решения других вариантов задачи.

Из всех пояснений в тексте задачи обращайте внимание только на относящиеся к вашему варианту, т.е. номеру вашего рисунка или вашего условия в таблице.

Методические указания по решению задач, входящих в контрольные задания, даются для каждой задачи после ее текста под рубрикой “Указания”; затем дается пример решения аналогичной задачи. Цель примера – разъяснить ход решения, но воспроизвести его полностью. Поэтому в ряде случаев промежуточные расчеты опускаются. Но при выполнении задания все преобразования и числовые расчеты должны быть обязательно последовательно проделаны с необходимыми пояснениями; в конце должны быть даны ответы.

Статика твердого тела

Основные понятия и аксиомы статики. Предмет статики. Основные понятия статики: абсолютно твердое тело, сила, эквивалентные системы сил, равнодействующая, уравновешенная система сил, силы внешние и внутренние. Аксиомы статики. Связи и реакции связей. Основные виды связей: гладкая поверхность, поверхность и опора, гибкая нить, цилиндрический шарнир (подшипник), сферический шарнир (подпятник), невесомый стержень; реакции этих связей.

Система сходящихся сил. Геометрический и аналитический способы сложения сил. Сходящиеся силы. Равнодействующая сходящихся сил. Геометрическое условие равновесия системы сходящихся сил. Аналитические условия равновесия пространственной и плоской систем сходящихся сил. Теорема о равновесии трех непараллельных сил.

Теория пар сил. Момент силы относительно точки (центра) как вектор. Пара сил. Момент пары сил как вектор. Теорема о сумме моментов сил, образующих пару, относительно любого центра. Теоремы об эквивалентности пар. Сложение пар, произвольно расположенных в пространстве. Условия равновесия системы пар.

Приведение произвольной системы сил к данному центру. Теорема о параллельном переносе силы. Основная теорема статики о приведении системы сил к данному центру. Главный вектор и главный момент системы сил.

Система сил, произвольно расположенных на плоскости (плоская система сил). Алгебраическая величина момента силы. Вычисление главного вектора и главного момента плоской системы сил. Частные случаи приведения плоской системы сил: приведение к паре сил, к равнодействующей и случай равновесия. Аналитические условия равновесия плоской системы сил. Три вида условий равновесия: а) равенство нулю сумм проекций сил на две координатные оси и суммы их моментов относительно любого центра; б) равенство нулю сумм моментов сил относительно двух центров и суммы их проекций на одну ось; в) равенство нулю сумм моментов сил относительно трех центров. Условия равновесия плоской системы параллельных сил. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей.

Сосредоточенные и распределенные силы. Силы, равномерно распределенные по отрезку прямой, и их равнодействующая. Реакция жесткой заделки. Равновесие системы тел. Статически определимые и статически неопределимые системы. Равновесие при наличии сил трения. Коэффициент трения. Предельная сила трения. Угол и конус трения.

Система сил, произвольно расположенных в пространстве (пространственная система сил). Момент силы относительно оси и его вычисление. Зависимость между моментами силы относительно центра и относительно оси, проходящей через этот центр. Аналитические формулы для вычисления моментов относительно трех координатных осей. Вычисление главного вектора и главного момента пространственной системы сил. Частные случаи приведения пространственной системы сил: приведение к паре сил, к равнодействующей, к динамическому винту и случай равновесия. Аналитические условия равновесия произвольной пространственной системы сил. Условия равновесия пространственной системы параллельных сил. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей относительно оси.

Центр параллельных сил и центр тяжести. Центр параллельных сил. Формулы для определения координат центра параллельных сил. Центр тяжести твердого тела; формулы для определения его координат. Координаты центров тяжести однородных тел (центры тяжести объема, площади и линии). Способы определения положения центров тяжести тел. Центры тяжести дуги окружности, треугольника и кругового сектора.

Задача 1 (С1)

Жесткая рама закреплена в точке А шарнирно, а в точке В прикреплена или к невесомому стержню с шарнирами на концах, или к шарнирной опоре на катках (рис. 1.0 – 1.9, табл. 1).

В точке С к раме привязан трос, перекинутый через блок и несущий на конце груз весом P=25кН. На раму действует пара сил с моментом M=60кНм и две силы, значения, направления и точки приложения которых указаны в таблице (например, в условиях №1 на раму действует сила F_2 под углом 15° к горизонтальной оси, приложенная в точке D, и сила F_3 под углом 60° к горизонтальной оси, приложенная в точке E и т.д.).

Определить реакции связей в точках А и В, вызываемые действующими нагрузками. При окончательных расчетах принять a=0,5м.

Указания. Задача 1 – на равновесие тела под действием произвольной плоской системы сил. При ее решении учесть, что натяжения обеих ветвей нити, перекинутой через блок, когда трением пренебрегают, будут одинаковыми. Уравнение моментов будет более простым (содержать меньше неизвестных), если составлять уравнение относительно точки, где пересекаются линии действия двух реакций связей. При вычислении момента силы F часто удобно разложить ее на составляющие F' и F", для которых плечи легко определяются, и воспользоваться теоремой Вариньона; тогда $m_0(\overline{F}) = m_0(\overline{F}') + m_0(\overline{F}'')$.

Таблица 1

Силы	$\overline{F}_1$, α_1		$\overline{F}_2$, α_2		α_3, $\overline{F}_3$		α_4, $\overline{F}_4$	
	$F_1 = 10$ kH		$F_2 = 20$ kH		$F_3 = 30$ kH		$F_4 = 40$ kH	
Номер условия	Точка приложения	α_1, град	Точка приложения	α_2, град	Точка приложения	α_3, град	Точка приложения	α_4, град
0	H	30	-	-	-	-	K	60
1	-	-	D	15	E	60	-	-
2	K	75	-	-	-	-	E	30
3	-	-	K	60	H	30	-	-
4	D	30	-	-	-	-	E	60
5	-	-	H	30	-	-	D	75
6	E	60	-	-	K	15	-	-
7	-	-	D	60	-	-	H	15
8	H	60	-	-	D	30	-	-
9	-	-	E	75	K	30	-	-

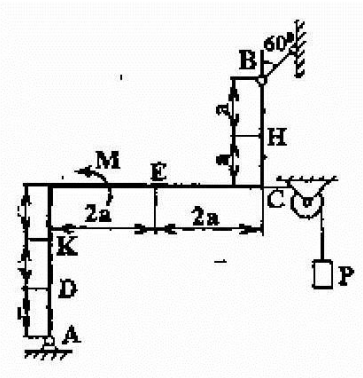


Рис. 1.0

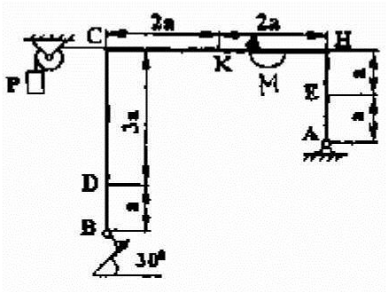


Рис. 1.1

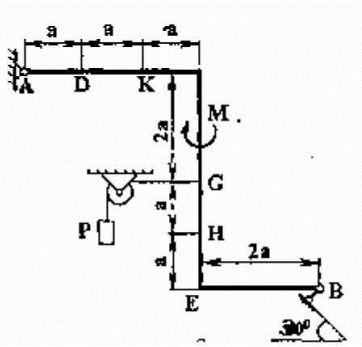


Рис. 1.2

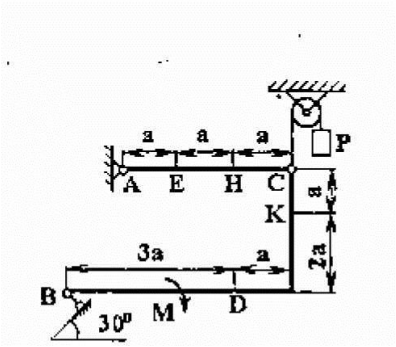


Рис. 1.3

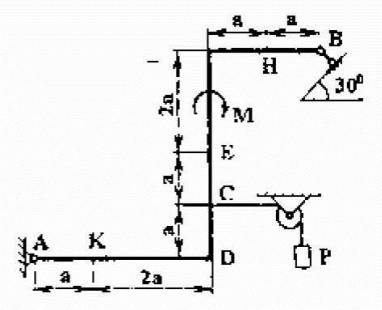


Рис. 1.4

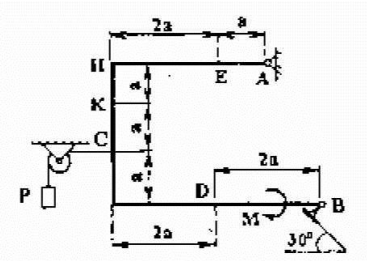


Рис. 1.5

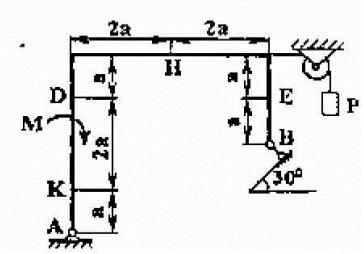


Рис. 1.6

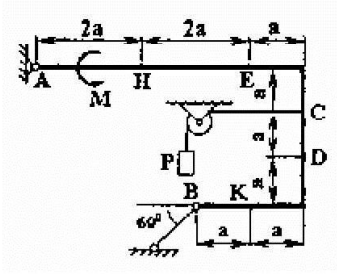


Рис. 1.7

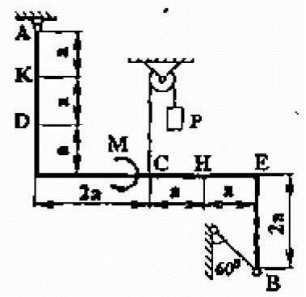


Рис. 1.8

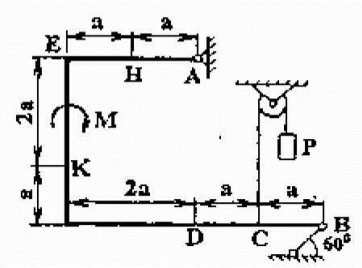


Рис. 1.9

Пример 1. Жесткая пластина ABCD (рис. 1) имеет в точке A неподвижную шарнирную опору, а в точке B - подвижную шарнирную опору на катках. Все действующие нагрузки и размеры показаны на рисунке.

Д а н о: F=25кН, α=60°, P=18кН, γ=75°, M=50кНм, β=30°, a=0.5м.

0 п р е д е л и т ь: реакции в точках A и B, вызываемые действующими нагрузками.

Решение. 1. Рассмотрим равновесие пластины. Проведем координатные оси XY и изобразим действующие на пластину силы: силу $\overline{F}$, пару сил с моментом M, натяжение троса $\overline{T}$ (по модулю T = P) и реакции связей $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, $\overline{R}_B$ (реакцию неподвижной шарнирной опоры A изображаем двумя ее составляющими, реакция шарнирной опоры на катках направлена перпендикулярно опорной плоскости).

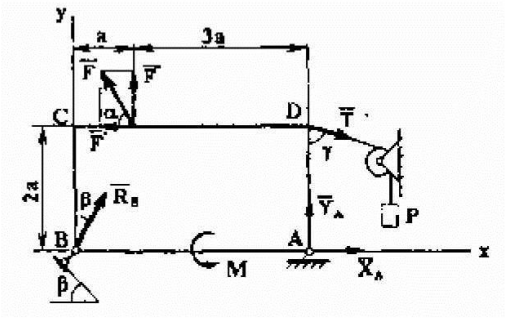


Рис. 1

2. Для полученной плоской системы сил составим три уравнения равновесия. При вычислении момента силы F относительно точки A воспользуемся теоремой Вариньона, т.е. разложим силу $\overline{F}$ на составляющие F' = F cos α, F" = F sin α и учтем, что $m_A(\overline{F}) = m_A(\overline{F}') + m_A(\overline{F}'')$. Получим:

$$\sum F_{kx} = 0\ ,\ X_A + R_B \sin\beta - F\cos\alpha + T\sin\gamma = 0 \qquad (1)$$

$$\sum F_{kx} = 0\ ,\ Y_A + R_B \cos\beta + F\sin\alpha - T\cos\gamma = 0 \qquad (2)$$

$$\sum m_A(\overline{F}_k) = 0$$

$$M - R_B\cos\beta\, 4a + F\cos\alpha\, 2a - F\sin\alpha\, 3a - T\sin\gamma\, 2a = 0. \qquad (3)$$

Подставив в составленные уравнения числовые значения заданных величин и решив эти уравнения, определим искомые реакции. О т в е т: X_A= -8,5кН; Y_A= -23,3кН; R_B=7,3кН. Знаки указывают, что силы $\overline{X}_A$ и $\overline{Y}_A$ направлены противоположно показанным на рис. 1.

Задача 2 (С2)

Конструкция состоит из жесткого угольника и стержня, которые в точке C или соединены друг с другом шарнирно, или свободно опираются друг о друга. Внешними связями, наложенными на конструкцию, являются в точке A или шарнир, или жесткая заделка; в точке B или невесомый стержень BB', или гладкая плоскость, или шарнир; в точке D или невесомый стержень DD', или шарнирная опора на катках.

На каждую конструкцию действуют: пара сил с моментом M=60кНм, равномерно распределенная нагрузка интенсивности q = 20кН/м и ещё две силы. Эти силы, их направления и точки приложения указаны в таблице 2; там же в столбце «Участок» указано, на каком участке действует распределенная нагрузка (например, в условиях № 1 на конструкцию действует сила $\overline{F}_2$ под углом 60° к горизонтальной оси, приложенная в точке L, сила $\overline{F}_4$ под углом 30° к горизонтальной оси, приложенная в точке E, и нагрузка, распределенная на участке CK).

Определить реакции связей в точках A,B,C (для рис. 1,2,7,9 ещё и в точке D), названные заданными нагрузками. При окончательных расчетах принять a=0,2м. Направление распределенной нагрузки на различных по расположению участках указано в таблице 2а.

Указания. Задача 2 - на равновесие системы тел, находящихся под действием плоской системы сил. При её решении можно или рассмотреть сначала равновесие всей системы в целом, а затем - равновесие одного из тел системы, изобразив его отдельно, или же сразу расчленить систему и рассмотреть равновесие каждого из тел в отдельности, учитывая при этом закон о равенстве действия и противодействия. В задачах, где имеется жесткая заделка, учесть, что её реакция представляется силой, модуль и направление которой неизвестны, и парой сил, момент которой тоже неизвестен.

Таблица 2

Сила	$\overline{F}_1$, α_1		$\overline{F}_2$, α_2		$\overline{F}_3$, α_3		$\overline{F}_4$, α_4		Участок
	F_1 = 10 kH		F_2 = 20 kH		F_3 = 30 kH		F_4 = 40 kH		
Номер условия	Точка приложения	α_1, град	Точка приложения	α_2, град	Точка приложения	α_3, град	Точка приложения	α_4, град	
0	K	60	-	-	H	30	-	-	CL
1	-	-	L	60	-	-	E	30	CK
2	L	15	-	-	K	60	-	-	AE
3	-	-	K	30	-	-	H	60	CL
4	L	30	-	-	E	60	-	-	CK
5	-	-	L	75	-	-	K	30	AE
6	E	60	-	-	K	75	-	-	CL
7	-	-	H	60	L	30	-	-	CK
8	-	-	K	30	-	-	E	15	CL
9	H	30	-	-	-	-	L	60	CK

Таблица 2а.

Участок на угольнике		Участок на стержне	
горизонтальный	вертикальный	Рис. 1, 2, 4, 7, 9	Рис. 0, 3, 5, 6, 8

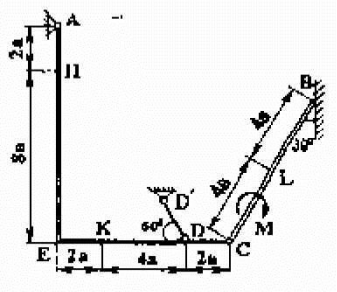


Рис. 2.0

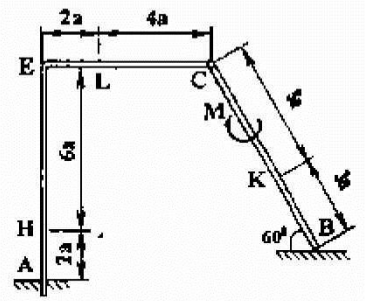


Рис. 2.1

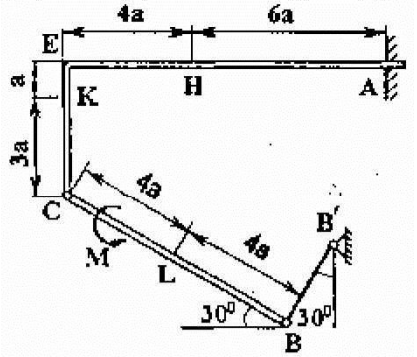
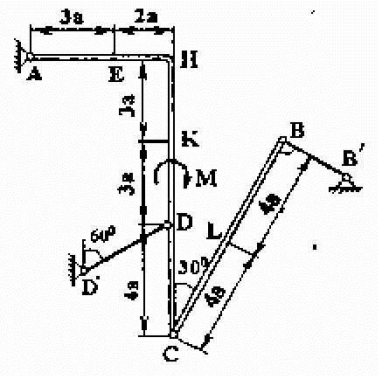
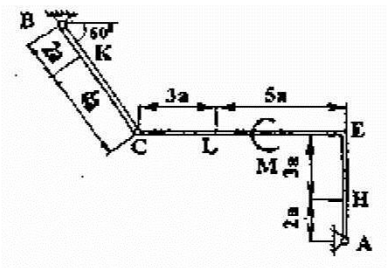


Рис. 2.2





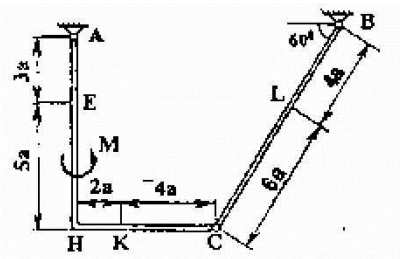
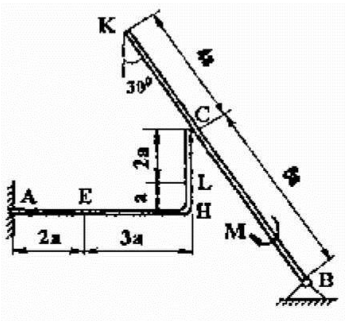


Рис. 2.3 Рис. 2.4 Рис. 2.5



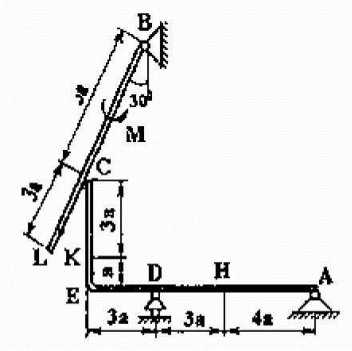
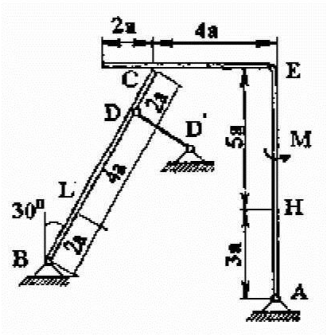


Рис. 2.6 Рис. 2.7



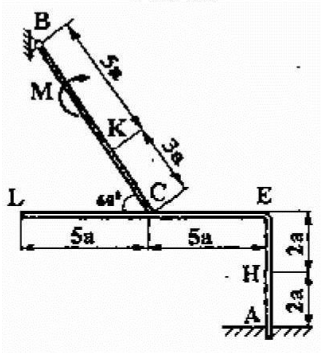


Рис. 2.8 Рис. 2.9

Пример 2. На угольник ABC (∠ ACB = 90°), конец A которого жестко заделан, в точке C опирается стержень DE (рис. 2, а). Стержень имеет в точке D неподвижную шарнирную опору, и к нему приложена сила $\overline{F}$, а к угольнику - равномерно распределенная на участке KB нагрузка интенсивности q и пара с моментом M.

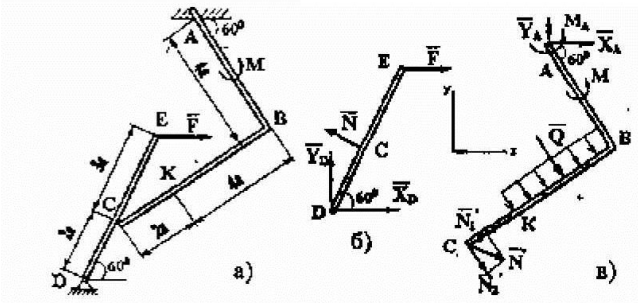


Рис. 2

Д а н о: F=10кН, M=5кНм, q=20кН/м, a=0,2м.

О п р е д е л и т ь: реакции в точках A, C, D, вызванные заданными нагрузками.

Решение. 1. Для определения реакций расчленим систему и рассмотрим сначала равновесие стержня DE (рис. 2, б). Проведем координатные оси XY и изобразим действующие на стержень силы: силу $\overline{F}$, реакцию $\overline{N}$, направленную перпендикулярно стержню и составляющие $\overline{X}_D$ и $\overline{Y}_D$ реакции шарнира D. Для полученной плоской системы сил составляем три уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0, \qquad X_D + F - N \sin 60° = 0 ; \qquad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \qquad Y_D + N\cos 60° = 0\ ; \qquad (2)$$

$$\sum m_D(\overline{F}_k) = 0, \qquad N\,2a - F\,5a\sin 60° = 0. \qquad (3)$$

2. Теперь рассмотрим равновесие угольника (рис. 2,в). На него действуют сила давления стержня $\overline{N}'$, направленная противоположно реакции $\overline{N}$, равномерно распределенная нагрузка, которую заменяем силой $\overline{Q}$, приложенной в середине участка КВ (численно Q = q·4a = 16кН), пара сил с моментом M и реакция жесткой заделки, складывающаяся из силы, которую представим составляющими $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, и пары с моментом M_A. Для этой плоской системы сил тоже составляем три уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0, \qquad X_A + Q\cos 60° + N'\sin 60° = 0\ ; \qquad (4)$$

$$\sum F_{ky} = 0, \qquad Y_A - Q\sin 60° - N'\cos 60° = 0\ ; \qquad (5)$$

$$\sum m_A(\overline{F}_k) = 0,$$

$$M_A + M + Q\,2a + N'\cos 60°\,4a + N'\cos 30°\,6a = 0. \qquad (6)$$

При вычислении момента силы $\overline{N}'$ разлагаем её на составляющие $\overline{N}'_1$ и $\overline{N}'_2$ и применяем теорему Вариньона. Подставив в составленные уравнения числовые значения заданных величин и решив систему уравнений (1) - (6), найдем искомые реакции. При решении учитываем, что численно N = N в силу равенства действия и противодействия.

Ответ: N= 21,7кН; Y_D= -10,8кН; X_D= 8,8кН; X_A= -26,8кН; Y_A= 24,7кН; M_A= -42,6кНм.

Знаки указывают, что силы $\overline{Y}_D$, $\overline{X}_A$ и момент M_A направлены противоположно показанным на рисунках.

Задача 3 (С3)

Шесть невесомых стержней соединены своими концами шарнирно друг с другом в двух узлах и прикреплены другими концами (тоже шарнирно) к неподвижным опорам A, B, C, D (рис. 3.0 — 3.9, табл. 3). Стержни и узлы (узлы расположены в вершинах H, K, L или M прямоугольного параллелепипеда) на рисунках не показаны и должны быть изображены решающим задачу по данным таблицы. В узле, который в каждом столбце таблицы указан первым, приложена сила P = 200 H; во втором узле приложена сила Q = 100 H. Сила $\overline{P}$ образует с положительными направлениями координатных осей X, Y, Z углы, равные соответственно $\alpha_1 = 45°$, $\beta_1 = 60°$, $\gamma_1 = 60°$, а сила $\overline{Q}$ углы $\alpha_2 = 60°$, $\beta_2 = 45°$, $\gamma_2 = 60°$; направления осей X, Y, Z для всех рисунков показаны на рис. 3.0.

Грани параллелепипеда, параллельные плоскости XY, - квадраты. Диагонали других боковых граней образуют с плоскостью XY угол $\phi = 60°$, а диагональ параллелепипеда образует с этой плоскостью угол $\theta = 51°$. Определить усилия в стержнях.

На рис. 3.10 в качестве примера показано, как должен выглядеть чертеж 3.1, если по условиям задачи узлы находятся в точках L и M, а стержнями являются LM, LA, LB; MA, MC, MD. Там же показаны углы φ и θ.

Указания. Задача С3 — на равновесие пространственной системы сходящихся сил. При ее решении следует рассмотреть отдельно равновесие каждого из двух узлов, где сходятся стержни и приложены заданные силы, и учесть закон о равенстве действия и противодействия; начинать с узла, где сходятся три стержня.

Изображать чертеж можно без соблюдения масштаба так, чтобы лучше были видны все шесть стержней. Стержни следует пронумеровать в том порядке, в каком они указаны в таблице; реакции стержней обозначать буквой с индексом, соответствующим номеру стержня (например, $\overline{N}_1$, $\overline{N}_2$ и т.д.).

Таблица 3

Номер условия	0	1	2	3	4
Узлы	*H, M*	*L, M*	*K, M*	*L, H*	*K, H*
Стержни	*HM, HA, HB, MA, MC, MD,*	*LM, LA, LD, MA, MB, MC,*	*KM, KA, KB, MA, MC, MD,*	*LH, LC, LD, HA, HB, HC,*	*KH, KB, KC, HA, HC, HD*
Номер условия	5	6	7	8	9
Узлы	*M, H*	*L, H*	*K, H*	*L, M*	*K, M*
Стержни	*MH, MB, MC, HA, HC, HD*	*LH, LB, LD, HA, HB, HC*	*KH, KC, KD, HA, HB, HC*	*LM, LB, LD, MA, MB, MC*	*KM, KA, KD, MA, MB, MC*

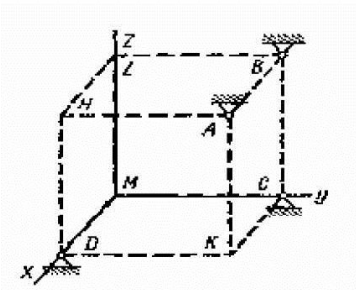


Рис. 3.0

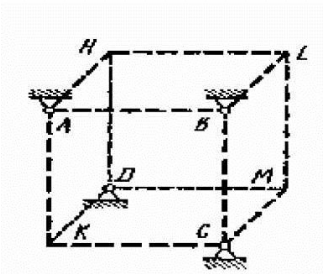


Рис. 3.1

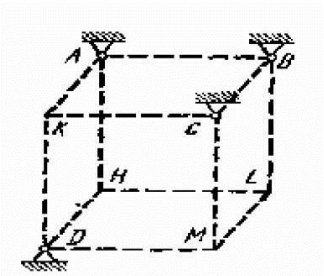


Рис. 3.2

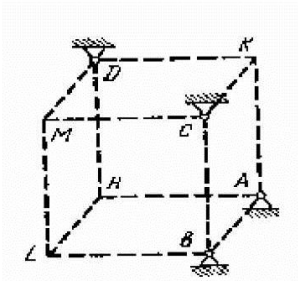


Рис. 3.3

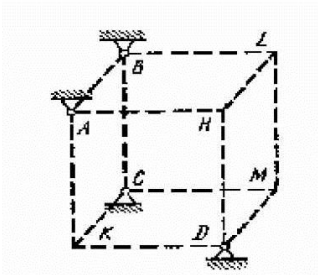


Рис. 3.4

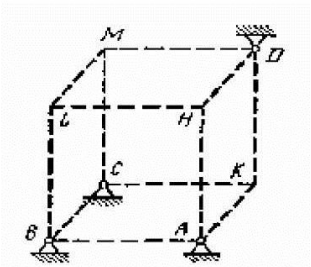


Рис. 3.5

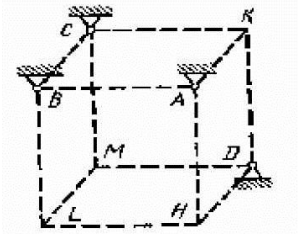


Рис. 3.6

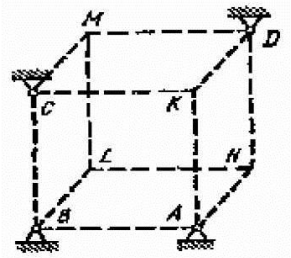


Рис. 3.7

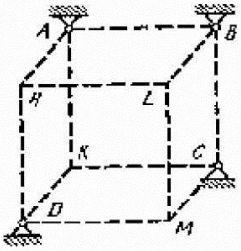


Рис. 3.8

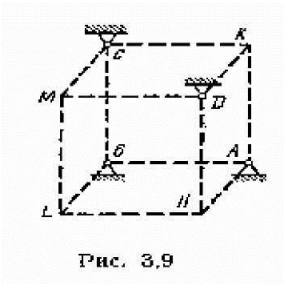


Рис. 3.9

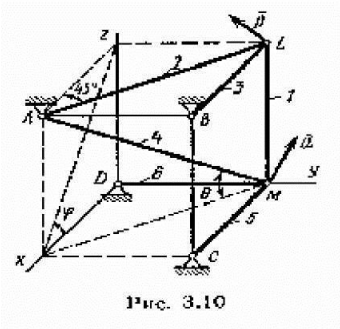


Рис. 3.10

Пример 3. Конструкция состоит из невесомых стержней 1, 2, …, 6, соединенных друг с другом (в узлах K и M) и с неподвижными опорами A, B, C, D шарнирами (рис. 3). В узлах K и M приложены силы $\overline{P}$ и $\overline{Q}$, образующие с координатными осями углы α_1, β_1, γ_1, и α_2, β_2, γ_2 соответственно (на рисунке показаны только углы α_1, β_1, γ_1).

Дано: P = 100 Н, $\alpha_1 = 60°$, $\beta_1 = 60°$, $\gamma_1 = 45°$; Q = 50 Н, $\alpha_2 = 45°$, $\beta_2 = 60°$, $\gamma_2 = 60°$, $\psi = 30°$, $\varphi = 60°$, $\delta = 74°$. Определить: усилия в стержнях 1-6.

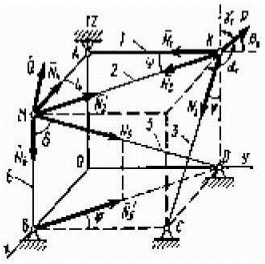


Рис. 3

Решение. 1. Рассмотрим равновесие узла K, в котором сходятся стержни 1, 2, 3. На узел действуют сила $\overline{P}$ и реакции $\overline{N}_1$, $\overline{N}_2$, $\overline{N}_3$ стержней, которые направим по стержням от узла, считая стержни растянутыми. Составим уравнения равновесия этой пространственной системы сходящихся сил:

$$\sum F_{kx} = 0,\ P\cos\alpha_1 + N_2\sin\psi + N_3\sin\varphi = 0\ ; \qquad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0,\ P\cos\beta_1 + N_1 - N_2\cos\psi = 0\ ; \qquad (2)$$

$$\sum F_{kz} = 0,\ P\cos\gamma_1 - N_3\cos\varphi = 0\ . \qquad (3)$$

Решив уравнения (1), (2), (3) при заданных числовых значениях силы P и углов, получим $N_1 = 349$ Н, $N_2 = -345$ Н, $N_3 = 141$ Н.

2. Рассмотрим равновесие узла M. На узел действуют сила $\overline{Q}$ и реакции $\overline{N}'_2$, $\overline{N}_4$, $\overline{N}_5$, $\overline{N}_6$ стержней. При этом по закону о равенстве действия и противодействия реакция $\overline{N}'_2$ направлена противоположно $\overline{N}_2$, численно же $N'_2 = N_2$. Составим уравнения равновесия:

$$\sum F_{kx} = 0,\quad Q\cos\alpha_1 - N_2\sin\psi - N_4 - N_5\sin\delta\sin\psi = 0; \qquad (4)$$

$$\sum F_{ky} = 0,\quad Q\cos\beta_2 + N_2\cos\psi + N_5\sin\delta\cos\psi = 0; \qquad (5)$$

$$\sum F_{kz} = 0,\quad Q\cos\gamma_2 - N_5\cos\delta - N_6 = 0. \qquad (6)$$

При определении проекций силы $\overline{N}_5$ на оси X и Y в уравнениях (4) и (5) удобнее сначала найти проекцию $\overline{N}'_5$ этой силы на плоскость XOY (по числовой величине $N'_5 = N_5\sin\delta$), а затем найденную проекцию на плоскость спроектировать на оси X и Y.

Решив систему уравнений (4), (5), (6) и учитывая, что $N'_2 = N_2 = -345$ Н, найдем, чему равны N_4, N_5, N_6.

О т в е т: N_1 = 349Н; N_2 = -345Н; N_3 = 141Н; N_4 =50Н; N_5 = 329Н; N_6 = -66Н. Знаки показывают, что стержни 2 и 6 сжаты, остальные - растянуты.

Задача 4 (С4)

Две однородные прямоугольные тонкие плиты жестко соединены (сварены) под прямым углом друг к другу и закреплены сферическим шарниром (или подпятником) в точке А, цилиндрическим шарниром (подшипником) в точке В и невесомым стержнем 1 (рис. 3.0 - 3.7) или же двумя подшипниками в точках А и В и двумя невесомыми стержнями 1 и 2 (рис. 3.8, 3.9); все стержни прикреплены к плитам и к неподвижным опорам шарнирами.

Размеры плит указаны на рисунках; вес большей плиты P_1=5кН, вес меньшей плиты P_2=3кН. Каждая из плит расположена параллельно одной из координатных плоскостей (плоскость XY горизонтальная).

На плиты действуют пара сил с моментом М=4кНм, лежащая в плоскости одной из плит, и две силы. Значения этих сил, их направления и точки приложения указаны в таблице 4; при этом силы $\overline{F}_1$ и $\overline{F}_4$ лежат в плоскостях, параллельных плоскости XY, сила $\overline{F}_2$ - в плоскости, параллельной YZ, и сила $\overline{F}_3$ - в плоскости, параллельной YZ. Точки приложения сил (D, E, H, K) находятся в углах или в середине сторон плит.

Определить реакции связей в точках А и В и реакцию стержня (стержней). При подсчетах принять а=0,6 м.

Указания. Задача 4 - на равновесие тела под действием произвольной пространственной системы сил. При её решении учесть, что реакция сферического шарнира (подпятника) имеет три составляющие (по всем трем координатным осям), а реакция цилиндрического шарнира (подшипника) - две составляющие, лежащие в плоскости, перпендикулярной оси шарнира (подшипника). При вычислении момента силы $\overline{F}$ часто удобно разложить её на две составляющие $\overline{F}'$ и $\overline{F}''$, параллельные координатным осям (или на три); тогда, по теореме Вариньона, $m_x(\overline{F}) = m_x(\overline{F}') + m_x(\overline{F}'')$ и т.д.

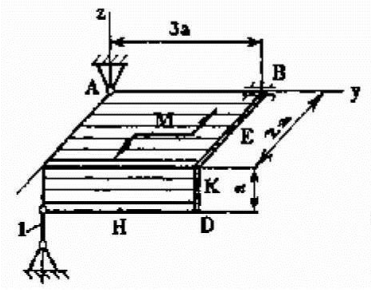


Рис. 4.0

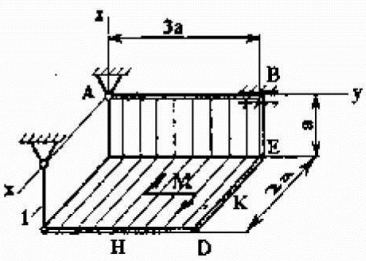


Рис. 4.1

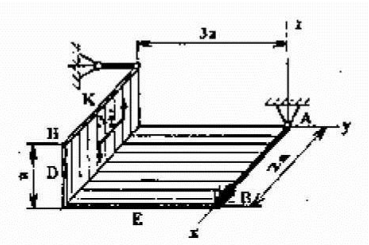


Рис. 4.2

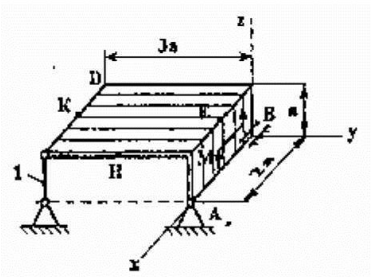


Рис. 4.3

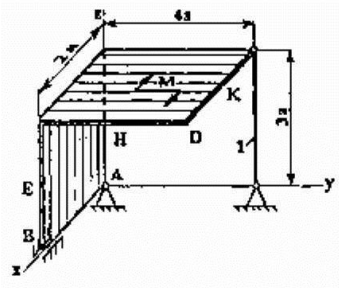


Рис. 4.4

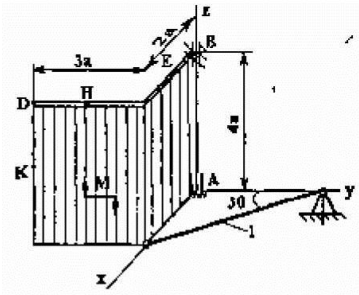


Рис. 4.5

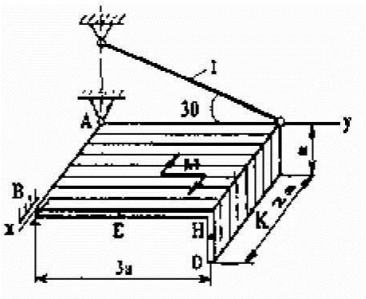


Рис. 4.6

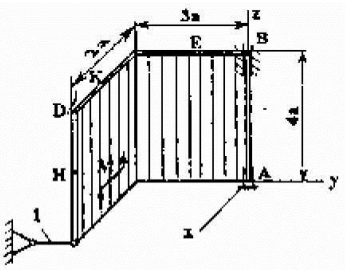


Рис. 4.7

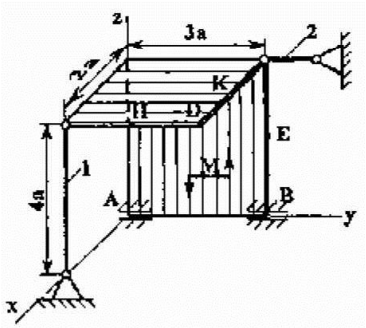


Рис. 4.8

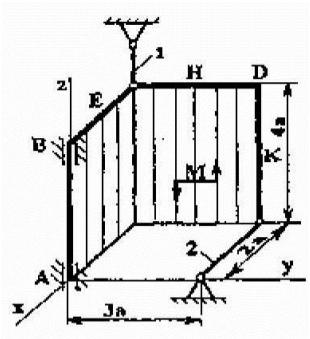
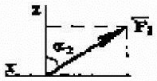


Рис. 4.9

Таблица 4

Силы								
	F_1 = 6 kH		F_2 = 8 kH		F_3 = 10 kH		F_4 = 12 kH	
Номер условия	Точка приложения	α_1, град	Точка приложения	α_2, град	Точка приложения	α_3, град	Точка приложения	α_4, град
0	-E	60	H	30	-	-	-	-
1	-	-	D	60	E	30	-	-
2	-	-	-	-	K	60	E	30
3	K	30	-	-	D	0	-	-
4	-	-	E	30	-	-	D	60
5	H	0	K	60	-	-	-	-
6	-	-	H	90	D	30	-	-
7	-	-	-	-	H	60	K	90
8	D	30	-	-	K	0	-	-
9	-	-	D	90	-	-	H	30

Пример 4. Горизонтальная прямоугольная плита весом P (рис. 4) закреплена сферическим шарниром в точке A, цилиндрическим (подшипником) в точке B и невесомым стержнем DD'. На плиту в плоскости, параллельной XZ, действует сила $\overline{F}$, а в плоскости, параллельной YZ, - пара сил с моментом M.

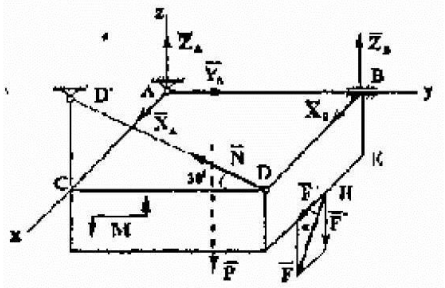


Рис. 4

Д а н о: P= 3кН, F= 8кН, M= 4кНм, α= 60°, AC= 0,8м, AB= 1,2м, BE= 0,4м, EH= 0,4м.

О п р е д е л и т ь: реакции опор A, B и стержня DD'.

Решение. 1. Рассмотрим равновесие плиты. На плиту действуют заданные силы $\overline{P}$, $\overline{F}$ и пара с моментом M, а также реакции связей. Реакцию сферического шарнира разложим на три составляющие $\overline{X}_A$, $\overline{Y}_A$, $\overline{Z}_A$, цилиндрического (подшипника) - на две составляющие $\overline{X}_B$, $\overline{Z}_B$ (в плоскости, перпендикулярной оси подшипника); реакцию $\overline{N}$ стержня направляем вдоль стержня от D к D', предполагая, что он растянут.

2. Для определения шести неизвестных реакций составляем шесть уравнений равновесия действующей на плиту пространственной системы:

$$\sum F_{kx} = 0,\ X_A + X_B + F\cos 60° = 0; \quad (1)$$

$$\sum F_{ky} = 0,\ Y_A - N\cos 30° = 0; \quad (2)$$

$$\sum F_{kx} = 0,\ Z_A + Z_B - P + N\sin 30° - F\sin 60° = 0; \quad (3)$$

$$\sum m_x(\overline{F}_k) = 0,$$

$$M - P\,0{,}5\,AB + Z_B\,AB - F\sin 60°\,AB + N\sin 30°\,AB = 0; \quad (4)$$

$$\sum m_y(\overline{F}_k) = 0,$$

$$P\,0{,}5\,AC - N\sin 30°\,AC + F\sin 60°\,0{,}5\,AC - F\cos 60°\,BE = 0; \quad (5)$$

$$\sum m_z(\overline{F}_k) = 0,$$

$$-F\cos 60°\,AB - N\cos 30°\,AC - X_B\,AB = 0. \quad (6)$$

Для определения моментов силы $\overline{F}$ относительно осей раскладываем ее на составляющие $\overline{F}'$ и $\overline{F}''$, параллельные осям X и Z ($F' = F\cos\alpha$, $F'' = F\sin\alpha$), и применяем теорему Вариньона. Аналогично можно поступить при определении моментов реакции $\overline{N}$.

Подставив в составленные уравнения числовые значения всех заданных величин и решив эти уравнения, найдем искомые реакции.

О т в е т: X_A=3,4кН; Y_A=5,1кН; Z_A=4,8кН; X_B=-7,4кН; Z_B=2,1КН; N=5,9кН. Знак минус указывает, что реакция $\overline{X}_B$ направлена противоположно показанной на рис. 4.