ЕН.Ф.06 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Контрольные задания для студентов заочного обучения
технологических специальностей

ВВЕДЕНИЕ

Данная работа предназначена для самостоятельного изучения дисциплины теоретической механики.

Приведены контрольные задания для студентов-заочников технологических специальностей.

Каждое задание следует выполнять в отдельной тетради, на обложке которой необходимо указать номер работы, фамилию и инициалы, шифр и домашний адрес. Ход решения каждой задачи должен сопровождаться краткими пояснениями, т.е. следует указать, какие теоремы и формулы применяются при ее решении.

Прежде чем приступить к решению задач, необходимо изучить соответствующий теоретический материал и разобрать решение типовых задач, приведенных в [1].

Студенты выполняют две контрольные работы. Первая включает в себя четыре темы: "Кинематика точки" (задача К-1); "Кинематика твердого тела" (задачи К-2, К-3); "Интегрирование дифференциальных уравнений движения материальной точки" (задача Д-1); "Общие теоремы динамики точки" (задача Д-2).

Темы "Общие теоремы динамики механической системы" (задачи Д-3, Д-4) и "Статика твердого тела" (задачи С-1, С-2) включены во вторую контрольную работу.

Контрольная работа №1

Задача К-1

Тема этой задачи – способы задания движения материальной точки. Теоретический материал изложен в главах I, II [1]. В параграфе 4 гл.II приведены примеры решения задач. Особое внимание следует уделить рисунку, на котором необходимо изобразить траекторию, положение точки на траектории в заданный момент времени, а также скорость, полное, касательное и нормальное ускорения.

Номер варианта выбирается по двум последующим цифрам шифра.

Условие задачи. По заданному закону движения точки $x = x(t)$, $y = y(t)$ определить ее траекторию, положение точки на траектории, скорость, полное, касательное и нормальное ускорение, а также радиус кривизны траектории в момент времени t = 1 с (x, y даны в см). Для различных вариантов данные приведены в табл. К-1.

Таблица К-1

Вари-ант	$x = x(t)$	$y = y(t)$	Вариант	$x = x(t)$	$y = y(t)$
00	$3 - 2t^2$	$- 5t$	50	$3\mathrm{Cos}(t^2)$	$3\mathrm{Sin}(t^2)$
01	$3-\mathrm{Cos}(\pi t^2/3)$	$-1+\mathrm{Sin}(\pi t^2/3)$	51	$-3-9\ \mathrm{Sin}(\pi t^2/3)$	$-\mathrm{Cos}\ (\pi t^2/6)+5$
02	$- 7\ \mathrm{Cos}^2\ (\pi t/6)$	$7\ \mathrm{Sin}^2(\pi t/6) + 5$	52	$2\mathrm{Sin}(\pi t^2/6)-1$	$3\mathrm{Cos}(\pi t^2/6)+1$
03	$7\ \mathrm{Sin}(\pi t^2/6) - 5$	$7\mathrm{Cos}(\pi t^2/6) + 1$	53	$5t^2+5t/3-3$	$3t^2+t+3$
04	$3t$	$4t^2 + 1$	54	$-2/(t+1)$	$-2t-2$
05	$5-9\ \mathrm{Cos}^2(\pi t^2/6)$	$-3-9\ \mathrm{Sin}^2(\pi t^2/6)$	55	$2-3\mathrm{Cos}(\pi t/3)$	$2\mathrm{Sin}(\pi t/3)-1$
06	$-2t-2$	$-2/(t+1)$	56	$4-2\mathrm{Cos}(5t)$	$4\mathrm{Sin}(5t)-1$
07	$-2t^2 -2$	$- 6t$	57	$2\mathrm{Sin}(4t)$	$2\mathrm{Cos}(4t)$
08	$5\ \mathrm{Sin}^2(\pi t^2/6)$	$5\ \mathrm{Cos}^2(\pi t^2/6)$	58	e^t	e^{-t}
09	$4 - 5t^2 + 5t/3$	$3 + t - 3\ t^2$	59	$2t$	$t - 3t^2$
10	$-4\mathrm{Cos}(\pi t/3)$	$-2\ \mathrm{Sin}(\pi t/3) - 3$	60	$2-3t-6t^2$	$3-3t/2 - 3t^2$
11	$5t$	$7t^2 - 3$	61	$4\mathrm{Cos}\ (\pi t/3)$	$-3\mathrm{Sin}\ (\pi t/3)$
12	$7\ \mathrm{Sin}\ (\pi t^2/6)$	$2 - 7\mathrm{Cos}(\pi t^2/6)$	62	$7t^2-3$	$5t$
13	$3\ \mathrm{Sin}\ (\pi t^2/3)+ 3$	$3\ \mathrm{Cos}\ (\pi t^2/3)+ 1$	63	$5\mathrm{Sin}^2(\pi t^2/6)$	$5\mathrm{Cos}^2(\pi t^2/6)$

14	$4\ Cos^2 (\pi t/3) + 2$	$4\ Sin^2 (\pi t/3) - 1$	64	$3t^3 - 5$	$4 - 2t$
15	$4\ Cos (\pi t/3)$	$-3\ Sin (\pi t/3)$	65	$3 - 9\ Sin (\pi t^2/6)$	$5 - 9\ Cos(\pi t^2/6)$
16	$-8\ Sin^2 (\pi t/6) - 7$	$8\ Cos^2 (\pi t/6) + 2$	66	$3\ Sin (2t)$	$3\ Sin\ t$
17	$-4/(t+1)$	$4t + 4$	67	$-4(t+1)$	$4t + 4$
18	$Sin (\pi t^2/3) - 1$	$-Cos (\pi t^2/3) + 3$	68	$-2\ Sin (\pi t^2/3)$	$-4\ Cos (\pi t^2/3)$
19	$10\ Cos (2\pi t/5)$	$10\ Sin (2\pi t/5)$	69	$2 - 3t - 6t^2$	$3 - 1{,}5t - 3t^2$
20	$-3\ Cos (\pi t/3) + 4$	$2\ Sin (\pi t/3)$	70	$4 - 2\ Cos (5t)$	$4\ Sin (5t) - 1$
21	$-3\ Cos (\pi t^2/6)$	$3\ Sin (\pi t^2/6) + 1$	71	$1 + 3\ Cos^2(\pi t^2/6)$	$3 + 3\ Sin^2 (\pi t^2/6)$
22	$5t^2 - 5/3\ t - 2$	$3t^2 - t + 1$	72	$t^2 + 2t + 1$	$1/(t+1)$
23	$4\ Cos^2\ t/2$	$2\ Sin\ t$	73	$7t^2 - 5$	$3t$
24	$-2t - 2$	$-2/(t+1)$	74	$3\ Cos^2 (t^2)$	$3\ Sin^2 (t^2)$
25	$5t^2$	$3t$	75	$2\ Cos (\pi t^2/6)$	$3\ Sin (\pi t^2/6)$
26	$3t$	$-5t^2 - 4$	76	$4t^2 + 2$	$1/(2t^2 + 1)$
27	$-3/(t+2)$	$3t + 6$	77	$3 - 6\ Sin (\pi t/6)$	$4 - 9\ Cos (\pi t/6)$
28	$3 - 3/2t - 3t^2$	$2 - 3t - 6t^2$	78	$3\ Sin(\pi t/6)$	$-6\ Cos^2 (\pi t/6)$
29	$3t^2 + 2$	$-4t$	79	$2t + 4$	t^3
30	$3t$	$4t^2 + 1$	80	$2t + 1$	$8t^2 - 1$
31	$-4t^2 + 1$	$-3t$	81	$4\ Sin^2(\pi t^2/3)$	$4\ Cos^2(\pi t^2/3)$
32	$5\ Cos (\pi t^2/3)$	$-5\ Sin (\pi t^2/3)$	82	$-4t$	$3t^2 + 2$
33	$2\ Cos (2t)$	$2\ Cos\ t$	83	$10\ Cos(2\pi t/6)$	$10\ Sin(2\pi t/6)$
34	$-5t$	$2t^2 + 3$	84	$4\ Cos^2 (t/2)$	$2\ Sin\ t$
35	$4t$	t^3	85	$Sin (\pi t^2/3) - 1$	$Cos (\pi t^2/3) + 1$
36	$2Cos (\pi t/6) + 1$	$2Sin (\pi t/6) - 2$	86	$2t$	$t^2 + 3$
37	$3t + 6$	$-3/(t+2)$	87	$2\ Sin (4t)$	$2\ Sin (2t)$
38	$4\ Sin (\pi t/2)$	$3\ Sin (\pi t/2)$	88	$5\ Sin (10t^2)$	$5\ Cos (10t^2)$
39	$2 - 7Cos (\pi t^2/6)$	$7\ Sin (\pi t^2/6) + 3$	89	$8t^3 + 1$	$2t$
40	$10 - 0{,}6\ Sin (20t)$	$0{,}5 - 0{,}6\ Cos (20t)$	90	$2 - 3\ Cos (\pi t^2/3)$	$2\ Sin (\pi t^2/3)$
41	$2(1 - Sin\ 3t)$	$2(1 - Cos\ 3t)$	91	$-2t$	$2t^2 + 6$
42	$5\ Sin^2 (\pi t/6)$	$-5\ Cos^2 (\pi t/6) - 3$	92	$3t + 6$	$-3/(t+2)$
43	$-5t^2 - 4$	$3t$	93	$8\ Cos^2 (\pi t^2/6)$	$8\ Sin^2 (\pi t^2/6)$
44	$5\ Cos (\pi t^2/3)$	$-5\ Sin (\pi t^2/3)$	94	$4\ Sin (\pi t/6)$	$12\ Cos (\pi t/6)$
45	$6\ Sin (\pi t^2/6) - 2$	$6\ Cos (\pi t^2/6) + 3$	95	$4 - 2t$	$3t^2 - 2$
46	$4t^2 + 1$	$3t$	96	$10\ Sin (\pi t^2/6)$	$4 - 8\ Cos (\pi t^2/6)$
47	$3 - 3t^2 + t$	$4 - 5t^2 + 5/3\ t$	97	$4 - 2t$	$(t+1)^3$
48	$3\ Sin (3t + \pi/3)$	$2\ Sin (3t + \pi/3)$	98	$2t + 2$	$2(t+1)^2$
49	$-6t$	$-2t^2 - 4$	99	$2t$	$t^2 + 1$

УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Задачи не вызовут больших затруднений, если внимательно рассмотреть примеры выполнения задач, приведенных в параграфе 4 гл.2 [1]. При оформлении работы особое внимание уделить качеству рисунка, на котором, помимо траектории, должны четко быть указаны все векторы – $\overline{v}$, $\overline{a}$, $\overline{a}_\tau$, $\overline{a}_n$.

ЗАДАЧА К-2

Тема этой задачи – "Преобразования простейших движений твердого тела". Теоретический материал приведен в §§ 1-3 гл.3 [1].

Условие задачи. Механизм состоит из груза 1, шкива 2 и колеса 3. Движение груза 1 задано уравнением $X = a - b\,t + c\,t^2$, где a, b, c – постоянные, t - время.

Вращательное движение шкива 2 преобразуется во вращение колеса 3 с помощью фрикционной или ременной передачи. Определить скорость и ускорение точки M, лежащей на ободе колеса 3, в моменты времени t_1 = 1c, t_2 = 2 с, если заданы R_2, r_2 – радиусы шкива, см, R_3 – радиус колеса 3, см.

Указания к решению задач

Вращательное движение одного тела преобразуется во вращательное движение другого с помощью зубчатого (фрикционного) зацепления или при помощи ременной передачи.

Если зубчатое зацепление внутреннее, или ременная передача нескрещивающаяся, то направления вращения тел (колес) совпадают (рис. К-2.1, 2.3, 2.7, 2.9).

Если зубчатое зацепление внешнее, или ременная передача скрещивающаяся, то направление вращения колес противоположное (рис. К-2.0, 2.2, 2.4, 2.5, 2.6, 2.8).

Во всех случаях угловые скорости и угловые ускорения колес обратно пропорциональны их радиусам.

Если два колеса жестко связаны и имеют общую ось вращения, то их угловые скорости равны (шкив 2 во всех вариантах).

Решать задачу следует с определения скорости и ускорения груза 1: $v_1 = dx / dt$; $a_1 = d^2x / dt^2$.

Применяя формулу Эйлера, следует определить ω_2 – угловую скорость шкива. Учитывая, что $d\omega_2/dt = \varepsilon_2$, находим угловое ускорение шкива 2. Так как угловые скорости и угловые ускорения колес обратно пропорциональны их радиусам, находим ω_3 и ε_3 – угловую скорость и угловое ускорение колеса 3. Наконец, используя формулы вращательного движения твердого тела, $v_M = R_3 \cdot \omega_3$; $a_M^\tau = R_3 \cdot \varepsilon_3$; $a_M^n = R_3 \cdot \omega_3^2$ и $a_M = \sqrt{(a_M^\tau)^2 + (a_M^n)^2}$, найдем скорость и ускорение точки M. Значения t_1, t_2 подставлять в последнюю очередь.

Пример решения задач (кроме определения ускорения) приведен в параграфе 5 гл.3 [1].

Примечание. Последняя цифра шифра соответствует номеру рисунка, а предпоследняя - номеру столбца в табл. К-2.

ТАБЛИЦА К-2

№ ст.	R_2	r_2	R_3	a	b	c
0	100	75	60	8	6	40
1	40	25	20	9	8	65
2	20	15	10	6	3	80
3	50	40	20	7	10	557
4	20	10	5	6	12	179
5	20	15	10	4	6	220
6	30	15	10	6	3	80
7	100	60	30	7	16	215
8	105	55	35	8	5	124
9	35	20	10	6	2	111

Схемы к задаче К-2

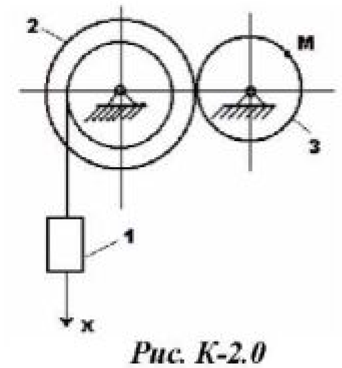


Рис. К-2.0

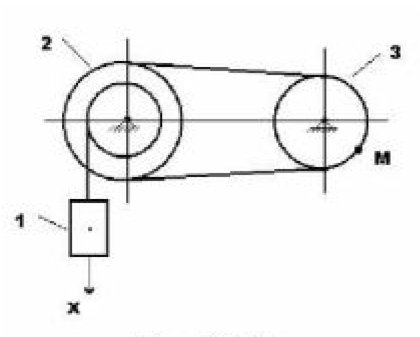


Рис. К-2.1

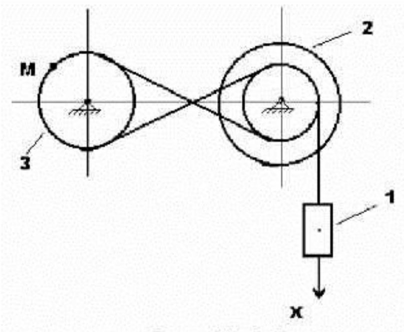


Рис. К-2.2

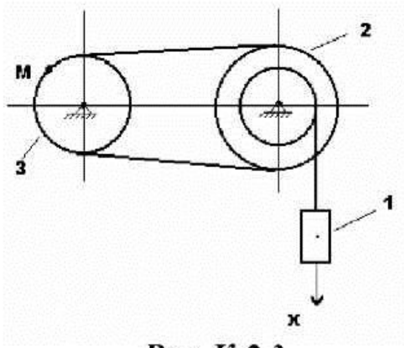
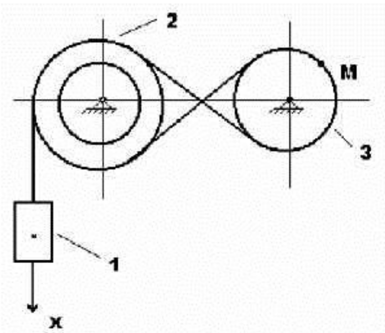


Рис. К-2.3



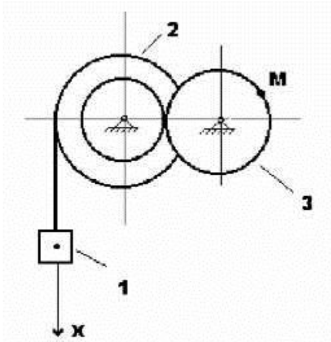
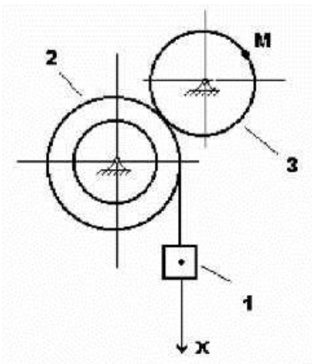


Рис. К-2.4 ***Рис.***

К-2.5



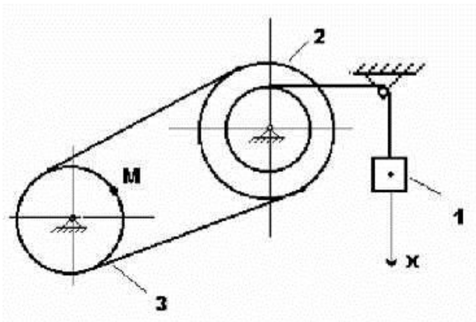


Рис. К-2.6

Рис. К-2.7

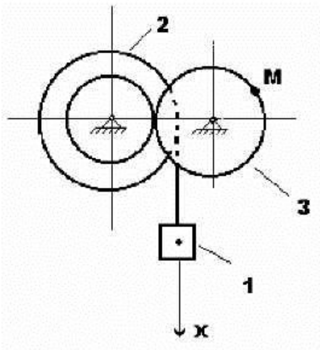


Рис. К-2.8

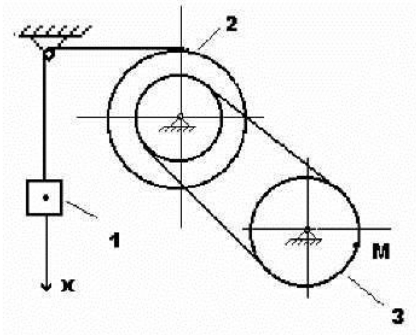


Рис. К-2.9

Задача К-3

Тема этой задачи – “Плоскопараллельное движение твердого тела” Теоретический материал изложен в §§ 1, 2, 3, 4 главы 4 [1]. Примеры решения задач приведены там же, в параграфе 6. Ошибочно параграфы 4 и 6 в [1] помечены “звездочкой”. Заметим, что во всех вариантах необходимо определять только скорости точек, но не ускорения.

Примечание. По последней цифре шифра следует выбрать номер схемы, а по предпоследней – номер строки в табл. К-3.

Условие задачи. Кривошип $OA = r$ вращается вокруг оси O с постоянной угловой скоростью ω_0, приводя в движение шатун $AB = l$ и ползун B. Для заданного положения механизма, определить скорость ползуна B и скорость точки C, если $AC = CB$ (r, l даны в см, ω_0 – рад/с, α, β – в град.).

Таблица К-3

№ столбца	r	l	ω_0	α	β
0	64	72	10	30	60
1	20	30	1	30	30
2	24	36	2	45	45
3	30	40	3	60	60
4	36	48	4	30	30
5	40	50	5	45	15
6	48	56	6	60	15
7	50	60	7	30	30
8	56	64	8	45	60
9	60	70	9	60	45

Примечания: В случаях $\alpha = \beta$ в схеме К-3.0 $\angle OAB$ принять равным 45°, в схеме К-3.5 считать, что AO наклонно к горизонту под углом 45°.

УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

При решении задачи следует учесть, что кривошип OA совершает вращательное движение вокруг оси, проходящей через точку O. Поэтому скорости всех точек кривошипа следует определять по правилам вращательного движения, т.е. по формуле Эйлера. Для определения модуля скорости V_B следует построить мгновенный центр скоростей, причем направление V_B определяется из механических соображений, учитывая, что тело B совершает прямолинейное поступательное движение.

Пример решения задач приведен в параграфе 6 гл.4 [1].

Схемы к задаче К-3

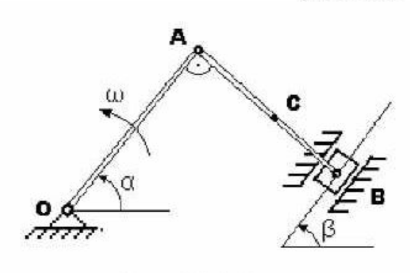


Рис. К-3.0

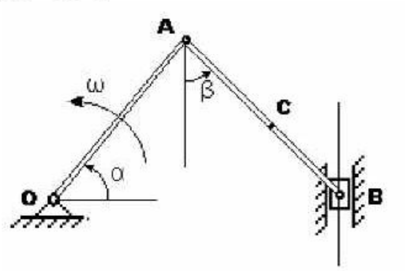
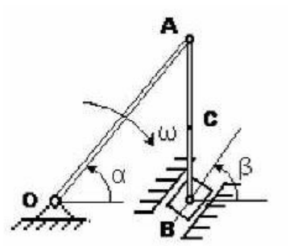
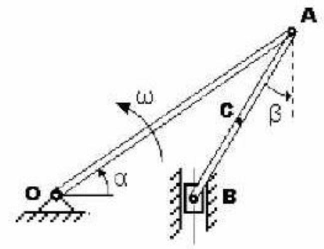


Рис. К-3.1





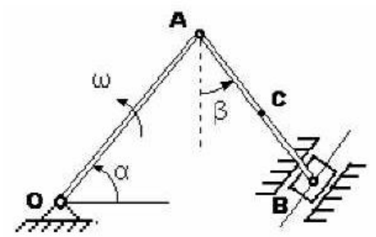


Рис. К- 3.2 ***Рис. К-3.3*** ***Рис. К-3.4***

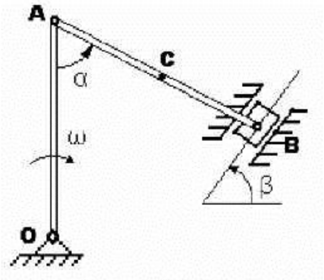


Рис. К-3.5

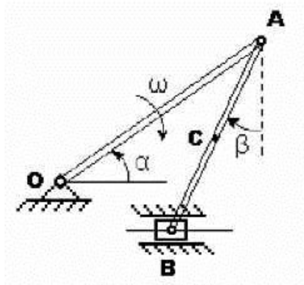


Рис. К- 3.6

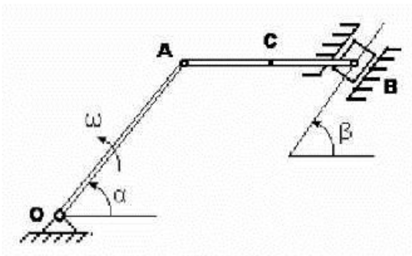


Рис. К-3.7

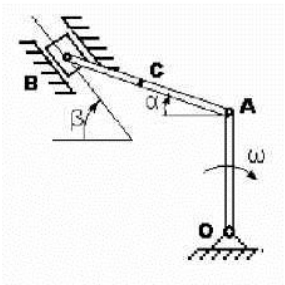


Рис. К-3.8

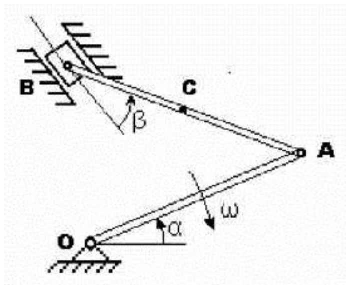


Рис. К- 3.9

Задача Д-1

Тема этой задачи – “Интегрирование дифференциальных уравнений движения материальной точки”. Теоретический материал изложен в §§ 1-5 главы 6 [1]. Здесь же, в § 7, рассмотрены все основные случаи интегрирования, но особое внимание Вы должны уделить примеру № 4, где движение точки происходит под действием постоянных сил.

Примечание. По последней цифре шифра следует выбрать номер схемы, а по предпоследней – номер столбца.

Условие задачи. Шарик *Д* массой m = 2 кг получил в точке *A* начальную скорость V_A, движется в изогнутой трубке *ABC*, расположенной в вертикальной плоскости.

На участке *AB* длиной l на шарик, кроме силы тяжести, действует постоянная сила $\boldsymbol{Q}$, направленная вдоль трубки от *A* к *B*. Трением на этом участке пренебречь.

В точке *B* шарик, не изменяя скорости, переходит на участок *BC*. При движении на этом участке на шарик, кроме силы тяжести, действует сила трения скольжения с коэффициентом трения $f = 0,2$. Здесь $Q = 0$.

Определить скорость точки в положении B, время движения на участке BC и длину участка BC, предполагая, что в точке C шарик остановился ($V_C = 0$).

Таблица Д-1

№ ст.	V_A, м/с	Q, Н	l, м	№ ст.	V_A, м/с	Q, Н	l, м
0	2,0	60	1,0	5	1,6	40	0,2
1	2,5	80	0,6	6	1,4	30	0,5
2	1,2	40	0,8	7	2,2	20	0,7
3	1,6	20	0,4	8	2,4	15	0,9
4	1,8	50	0,3	9	2,6	10	1,2

УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Решение задачи следует разбить на два этапа. Сначала надо составить дифференциальное уравнение движения шарика на участке AB, умножить обе части уравнения на dx и проинтегрировать полученное уравнение. В результате получится зависимость между скоростью точки и перемещением x. Подставив в эту зависимость $x = l$, получим $V = V_B$.

Затем следует составить и дважды проинтегрировать дифференциальное уравнение движения шарика на участке BC. В результате первого интегрирования получим зависимость между скоростью V и временем t.

Учитывая, что $V = V_C = 0$, найдем $t = t_{BC}$ – время движения на участке BC. В результате повторного интегрирования получим зависимость между перемещением x и временем t. Подставив $t = t_{BC}$, найдем $x = BC$.

Схемы к задаче Д-1

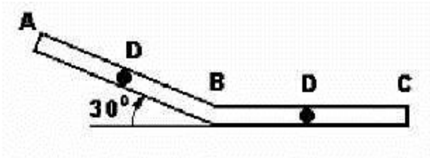


Рис.Д-1.0

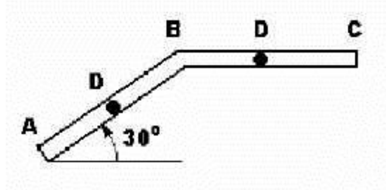


Рис.Д-1.1

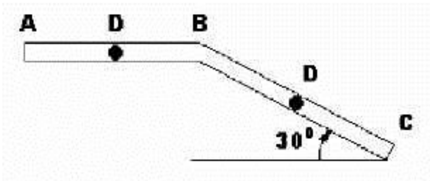


Рис.Д-1.2

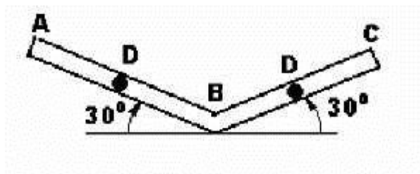


Рис.Д-1.3

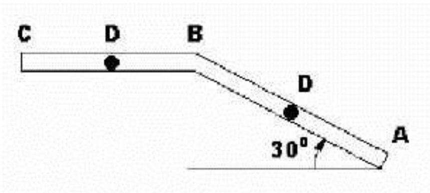


Рис.Д-1.4

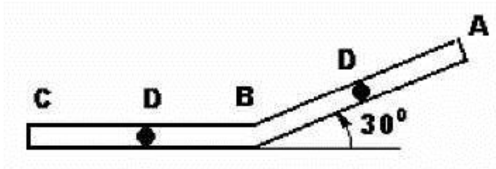


Рис.Д-1.5

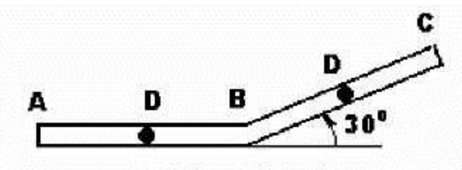


Рис.Д-1.6

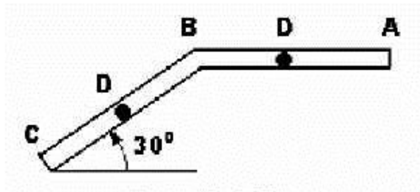


Рис.Д-1.7

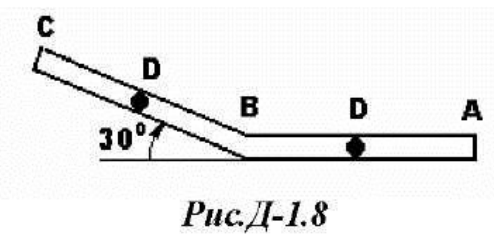


Рис.Д-1.8

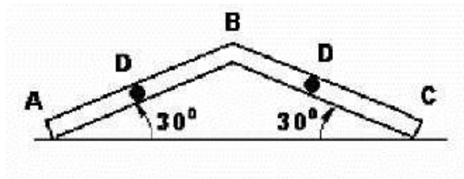


Рис.Д-1.9

ЗАДАЧА Д-2

Тема этих задач – "Общие теоремы динамики материальной точки". Теоретический материал и примеры решения задач приведены в [1, С.70-85].

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

Задача Д-2.0. Свободная материальная точка M массы m движется по окружности радиусом R под действием центральной силы $\boldsymbol{F}$ с начальной скоростью V_0.

Определить модуль силы F и ее импульс за время, в течение которого точка переместится из положения M_0 в положение M_1. Определить также ускорение точки в положении M_1.

Таблица Д-2.0

№ стр.	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
M, кг	2	1,5	2,4	1,8	0,6	0,8	2,4	1,5	1,6	1,8
R, м	0,8	1,4	1,5	1,6	0,8	1,2	0,8	0,6	0,8	0,5
V_0, м/с	1,8	1,6	2,2	2,8	2,6	3,0	1,5	2,5	2,0	3,0
α, град	45	60	30	120	45	45	30	120	135	240
β, град	120	90	60	240	120	225	150	240	180	300

Задача Д-2.1. Свободная материальная точка M массы m движется по эллипсу с полуосями a и b под действием центральной силы $\boldsymbol{F}$ с начальной скоростью $\boldsymbol{V}_0$.

Определить скорость точки в положении M_1, импульс силы $\boldsymbol{F}$ за время, в течение которого точка переместится из положения M_0 в положение M_1 , и работу силы $\boldsymbol{F}$ на этом перемещении.

Таблица Д-2.1

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
m, кг	0,6	0,8	1,2	1,6	2,0	2,4	1,5	2,5	2,6	1,8
V_0, м/с	0,9	1,2	1,6	1,8	1,5	1,0	2,0	1,8	1,2	1,5
a, м	0,4	0,6	0,8	1,0	0,3	0,5	1,2	1,4	0,2	0,7
b, м	0,2	0,4	0,6	0,8	0,1	0,3	0,8	1,0	0,1	0,4

Задача Д-2.2. Кольцо M весом P скользит без трения по окружности радиусом R, расположенной в вертикальной плоскости, под действием силы тяжести. В начальный момент времени кольцо находится в положении M_0 и имеет скорость V_0.

Определить скорость и ускорение кольца в положении M_1, а также импульс действующих сил за время перемещения точки из M_0 в M_1.

Таблица Д-2.2

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P, Н	5	10	12	15	8	14	16	18	20	22
V_0, м/с	2,6	0,3	4,0	5,0	5,2	4,4	4,8	6,0	3,4	8,0
R, м	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,25	0,35	0,45	0,15	0,6
φ_0 , град	30	45	60	90	0	120	135	60	45	30
φ_1 , град	150	120	135	150	120	210	240	225	135	120

Задача Д-2.3. Груз M весом P прикреплен к концу невесомого стержня $OA = l$, который может вращаться вокруг неподвижной оси O. В начальный момент времени стержень отклонили на угол φ_0 и сообщили грузу начальную скорость V_0.

Определить скорость и ускорение груза, а также усилие в стержне в положении M_1. Определить также импульс действующих на груз сил за время перемещения из положения M_0 в положение M_1.

Таблица Д-2.3

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V_0, м/с	5	5,6	6,4	6,0	5,8	8,2	4,4	6,8	8,6	4,8
l, м	0,2	0,6	0,6	0,4	0,3	0,5	0,15	0,25	0,2	0,1
φ_0 , град	120	180	180	0	90	45	60	180	90	30
φ_1 , град	210	240	225	45	135	180	90	210	150	60

Задача Д-2.4. Груз M весом P подвешен на нити длиной $l = 0,2$ м. В наинизшем положении грузу сообщена начальная скорость V_0.

Опрделить: 1. Скорость и ускорение груза в положении M_1, определяемое углом φ. 2. Натяжение нити в этом положении. 3. Значение угла φ, при котором нить перестает удерживать груз и он начинает двигаться, как свободная точка. При подсчетах принять q = 10 м/с^2.

Таблица Д-2.4

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P, Н	10	15	20	30	40	50	60	25	35	45
V_0, м/с	2,1	2,2	2,5	2,4	2,3	2,6	2,8	3,0	2,7	2,5
φ, град	30	45	60	120	135	150	60	45	120	30

Задача Д-2.5. Нить длиной l отклонена на угол φ_0 от вертикали и привязанному к ней грузу весом Р придана начальная скорость V_0.

Опрделить: 1. Наибольший угол отклонения нити в другую сторону от вертикали. 2. Скорость и ускорение груза в положении M. 3. Импульс приложенных к грузу сил за время перемещения из положения M_0 в положение M_1. 4. Натяжение нити в положениях M_0 и M_1.

Таблица Д-2.5

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P, Н	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28
V_0, м/с	0,8	1,5	2,8	1,8	3,6	1,6	2,4	1,4	1,0	3,0
l, м	0,1	0,3	0,5	0,8	1,0	0,6	0,4	0,5	0,2	0,9
φ_0, град	60	45	30	75	22,5	75	30	45	60	22,5

Задача Д-2.6. Шарик весом P вложен в вертикально поставленный самострел, пружина которого сжата на h. Коэффициент жесткости пружины C.

Определить, с какой скорость шарик вылетит из самострела и на какую высоту он поднимется при отсутствии сопротивления воздуха.

Таблица Д-2.6

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P,Н	3	10	16	20	12	1,5	6	16	22	14
h, см	4	6	8	10	9	4	5	9	8	10
С, Н/см	2	4	6	5	3	1	2,5	4,5	6,5	3,5

Задача Д-2.7. Шарик массой m = 0,1 кг выталкивается пружиной АВ в трубку, расположенной в вертикальной плоскости и имеющей форму двух полуокружностей радиусами R_1 и $R_2 = 0{,}5\ R_1$ с центрами в точках O_1 и O_2 соответственно. Пружина в начальный момент времени сжата на величину h. Жесткость пружины $c = m\ x\ k\ /\ h^2$, где k - постоянная.

Принимая шарик за материальную точку, определить скорость и ускорение шарика в положениях M_1, M_2, а также давление шарика на сетки трубки в положении M_2.

Таблица Д-2.7

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R_1, м	0,5	0,2	0,1	0,3	0,4	0,6	0,5	0,3	0,1	0,7
φ_1 , град	120	135	150	90	60	45	30	120	150	60
φ_2 , град	30	60	45	60	45	30	30	45	60	30
К	24	10	6	15	20	30	25	16	5	36

Задача Д-2.8. Вагонетка весом P = 6 кН скатывается вниз с высоты h без начальной скорости по рельсам, проложенным по криволинейному пути и образующем затем круговое кольцо радиусом R.

Определить скорость и ускорение вагонетки, а также давление вагонетки на кольцо в тот момент, когда вагонетка находится в точке M_1, положение которой определяется углом φ .

Сопротивлением движению пренебречь.

Таблица Д - 2.8

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
R, м	2	3	1,5	1	2,5	5	2	3	1	4
h, м	6	10	5	3	8	15	8	12	5	20
φ**, град**	30	60	45	90	135	210	240	60	45	120

Задача Д - 2.9. Вагонетка весом P движется с начальной скоростью V_A по гладкой наклонной плоскости АВ с углом наклона $\alpha = 45^0$. Пройдя путь АВ = l, вагонетка переходит на гладкую наклонную плоскость ВС=l_1 с углом наклона $\beta = 30^0$, а затем движется по горизонтальной негладкой плоскости СД, коэффициент трения f.

Определить путь S, который пройдет вагонетка до остановки, а также общее время движения.

Таблица Д - 2.9

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
V_A**, м/с**	4,5	15	8	5	20	10	6	4	2	0
l, м	1,2	0,8	1,6	1,5	1,8	1,0	2,4	2,6	1,8	2,0
l_1**, м**	0,8	0,5	0,8	1,0	4,0	2,0	1,6	1,3	1,2	1,6
f	0,1	0,2	0,4	0,5	0,05	0,1	0,08	0,1	0,06	0,1

УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Задача Д - 2.0. Применяя теорему об изменении кинетического момента для плоского случая, докажите, что при действии центральной силы точка совершает равномерное движение, тогда $\mathbf{a} = \mathbf{a}_n$, т.е. $a = a_n = mV^2/R$, где V - скорость точки в положении M_1.

Модуль силы F можно найти, спроектировав векторное уравнение ma = **F** на главную нормаль. Для определения импульса необходимо спроектировать на оси координат теорему об изменении количества движения материальной точки.

Задача Д - 2.1. Для определения скорости V_1 следует применить теорему об изменении кинетического момента материальной точки относительно неподвижного центра О, учитывая, что M_0 (**F**) = 0. Для определения импульса, необходимо спроектировать на оси ОХУ теорему об изменении количества движения материальной точки, а для определения работы силы **F** применить теорему об изменении кинетической энергии на перемещении $M_0 M_1$ точки.

Задача Д - 2.2. - Д 2.5. Для определения скорости точки в положении M_1 следует применить теорему об изменении кинетической энергии точки на перемещении M_0M_1.

Полное ускорение точки состоит из касательного и нормального $\mathbf{a} = \mathbf{a}_\tau + \mathbf{a}_n$. Для определения $a_\tau = dv/dt$ следует применить теорему об изменении кинетического момента точки относительно центра О: $d\mathbf{l}_0/dt = \mathbf{M}_0(\mathbf{F})$, где $\mathbf{l}_0 = \mathbf{M}_0(m\mathbf{v})$. Нормальное ускорение $a_n = v^2/\rho$, где ρ - радиус кривизны траектории. В случае, если траекторией является окружность радиуса R , то $\rho = R$.

Для определения импульса действующих сил следует спроектировать на оси ОХУ теорему об изменении количества движения материальной точки, а модуль импульса найти по формуле $S = \sqrt{S_x^2 + S_y^2}$, где $S_x = mv_{1x} - mv_{0x}$, $S_y = mv_{1y} - mv_{0y}$.

Задача Д - 2.6. Движение шарика на участке M_0M_1 происходит под действием силы тяжести и силы упругости, а на участке M_1M_2 - только под действием силы тяжести. Применяя на обоих участках теорему об изменении кинетической энергии точки, следует найти максимальную высоту подъема Н .

Задача Д - 2.7. Сначала следует рассмотреть движение шарика на участке BM_0, которое происходит под действием силы тяжести и силы упругости пружины, и определить скорость шарика в положении M_0. Затем, применяя теорему об изменении кинетической энергии на участках M_0M_1 и M_0M_2, можно найти скорости шарика в положениях M_1, M_2. Давление шарика на стенку трубки определяется так же, как в задачах Д - 2.2. - Д - 2.5.

Задача Д - 2.8. Для определения скоростей точки в положениях M_0 и M_1 следует применить теорему об изменении кинетической энергии на участках AM_0 и M_0M_1. Ускорение вагонетки определяется так же, как и в задачах Д 2.2. - Д 2.5.

Задача Д - 2.9. При решении этой задачи следует применить теорему об изменении кинетической энергии и теорему об изменении количества движения последовательно на участках АВ, ВС, СД.

В момент остановки вагонетки ее скорость равна нулю.

Примечание. Последняя цифра шифра соответствует номеру задачи, а предпоследняя - номеру строки (или столбца) в соответствующей таблице.

Схемы к задачам Д - 2

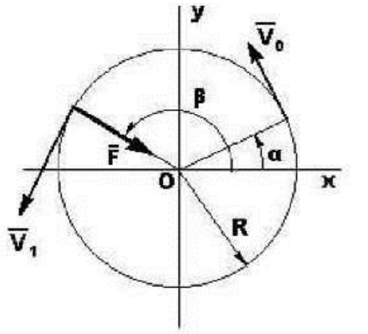


Рис. Д - 2.0

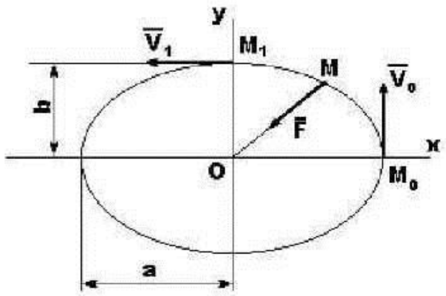


Рис. Д - 2.1

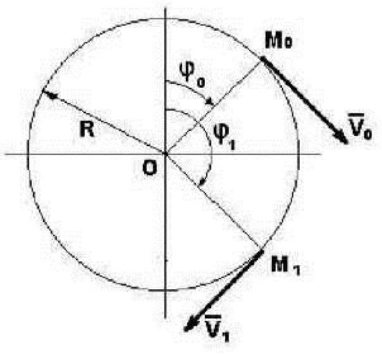


Рис. Д - 2.2

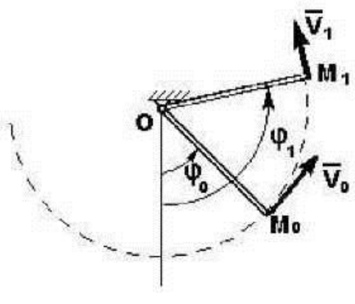


Рис. Д - 2.3

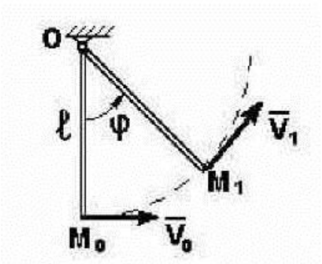


Рис. Д - 2.4

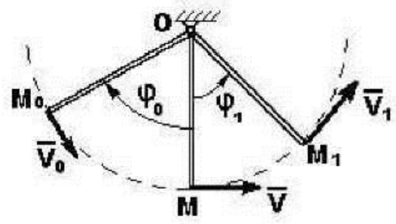


Рис. Д - 2.5

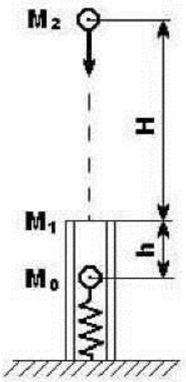


Рис. Д - 2.6

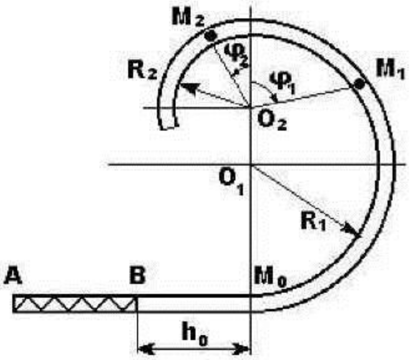


Рис. Д - 2.7

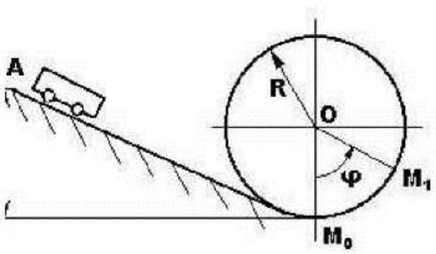


Рис. Д - 2.8

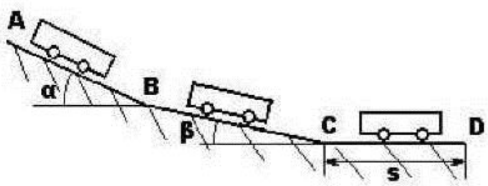


Рис. Д - 2.9

Контрольная работа №2

ЗАДАЧА Д - 3

Эта задача объединяет две из четырех теорем механической системы - теорему об изменении количества движения и теорему об изменении кинетического момента относительно оси вращения.

Теоретический материал представлен в параграфах 1 - 3 главы 7 и параграфах 1 - 3 главы 8 [1].

Там же в параграфе 6, приведены примеры решения задач.

Ниже, после условий, даны краткие пояснения к решениям задач Д - 3.0. - Д - 3.9.

Примечание. Последняя цифра шифра соответствует номеру задачи и таблицы, а предпоследняя - номеру строки в этой таблице. Например, если две последние цифры шифра 51, то следует выбрать условие задачи Д - 3.1. и строку № 5 в таблице Д - 3.1.

УСЛОВИЯ ЗАДАЧ

Задача Д - 3.0. Тележка весом P_1 находится на однородной горизонтальной балке АВ весом P_2 , лежащей свободно на двух опорах. В некоторый момент времени тележка начинает двигаться по балке, которая при этом перемещается в противоположном направлении. Зная коэффициент трения f на опорах и закон движения тележки S = S (t) относительно балки, определить ускорение балки в момент времени t = 1 с, если тележка движется под действием внутренних сил.

Таблица Д - 3.0

№ строки	P_1, Н	P_2, Н	f	S=S(t), м
0	80	40	0,1	$t^3 + 1{,}47\,t^2$
1	200	100	0,05	$3t^2$
2	160	80	0,2	$3t^2 - t^3$
3	200	40	0,25	$5t^2 – 4$
4	100	80	0,04	$49\,t^2 + 9{,}8\sin(\pi t/2)$
5	240	70	0,08	$5t^2 - 10\cos(\pi t/2)$
6	210	100	0,15	$5t^2 + 20\sin^2(\pi t/2)$
7	150	100	0,3	$2{,}45\,t^2 - 5\cos^2(\pi t)$
8	250	80	0,2	$3{,}5\,t^2 – 5\,t$
9	100	150	0,1	$1{,}2\,t^2 - 5\,t^3$

Задача Д - 3.1. Груз весом *P* привязанный к канату, поднимается при помощи цилиндрического барабана с горизонтальной осью вращения. Вес барабана Q, радиус R. К барабану приложен постоянный вращающий момент М.

Определить угловое ускорение барабана, а также число оборотов барабана за время $t = 1$ с.

Таблица Д - 3.1

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P, Н	300	200	250	400	100	200	300	250	150	200
Q, Н	150	100	120	140	100	100	120	150	140	130
R, м	0,1	0,5	0,1	0,6	0,5	0,1	0,4	0,3	0,2	0,6
M, н м	100	150	60	300	80	40	160	180	50	180

Задача Д - 3.2. Однородный цилиндрический барабан весом Q и радиусом R вращается вокруг горизонтальной оси О. К канату, навернутому на барабан, подвешены два груза весом P_1 и P_2 соответственно.

Определить вертикальную реакцию в точке О, пренебрегая весом каната.

Таблица Д - 3.2

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
P_1, кН	4,0	5,0	8,0	1,0	0,6	1,2	1,5	1,6	0,9	1,0
P_2, кН	2,0	3,0	6,0	0,6	0,4	0,8	1,0	1,2	0,6	0,5
Q, кН	0,6	0,8	0,2	0,4	0,1	0,4	0,6	0,15	0,2	0,2
R, м	0,5	0,8	0,7	0,5	0,4	0,5	1,4	0,3	0,6	0,6

Задача Д - 3.3. Однородный цилиндрический барабан радиусом $R = 0,5$ м и весом Q вращается вокруг неподвижной горизонтальной оси под действием приложенной к нему пары сил с моментом $M = M(t)$. К канату, навернутому на барабан, подвешены два груза весом P_1 и P_2.

Определить угловую скорость барабана в момент времени $t = 1$ с, если в начальный момент времени угловая скорость $\omega_0 = 2$ рад/с.

Таблица Д - 3.3

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q, Н	150	300	200	250	100	350	450	400	500	600
P_1, Н	80	100	180	380	260	420	720	100	130	310
P_2, Н	100	200	300	500	400	600	800	150	250	450
М, Н м	2t	40+t	t^2+1	$40t^2$	$10t^3$	t^2+5	$20t^4$	$30t^3$	$20t^2$	10t

Задача Д - 3.4. Горизонтальный стержень АВ весом Р и длиной l вращается вокруг вертикальной оси под действием момента М = М (t). На конце стержня находится точечный груз В весом Q .

Определить скорость груза В в момент времени t = 1 с, если в начальный момент времени стержень и груз находились в состоянии покоя.

Таблица Д -3.4

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Р, Н	300	450	300	150	300	30	30	150	150	30
Q, Н	100	150	200	50	100	20	10	150	100	40
М, Н м	t^2	$2t^3$	$3t^2$	$4t^3$	$3t^4$	6t	2t	t^3	$4t^2$	$6t^2$
l, м	0,1	0,2	0,3	0,15	0,25	0,35	0,4	0,45	0,6	0,55

Задача Д - 3.5. Круглая горизонтальная платформа радиусом R и весом Q может вращаться вокруг вертикальной оси под действием пары сил с моментом М = k t , где k - const.

На расстоянии r от оси вращения находится груз весом Р. В начальный момент времени система находилась в покое.

Определить угловую скорость платформы в момент времени t=1 с. Как изменится угловая скорость, если груз будет находиться на краю платформы?

Таблица Д - 3.5

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q, кН	2	4	30	60	50	25	45	35	55	65
P, кН	2	3	4	6	3	8	10	7	4	1
R, м	0,4	0,2	0,8	0,6	1,4	1,2	1,8	1,6	1,8	2,0
r, м	0,3	0,1	0,2	0,4	0,7	0,8	1,0	1,2	1,4	1,0
k , Н м/ с	0,2	0,4	0,6	0,8	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2

Задача Д - 3.6. Круглый однородный горизонтальный диск радиусом R и весом Q может вращаться вокруг вертикальной оси, отстоящей от центра тяжести С на расстоянии d , под действием вращающего момента M = M (t). На краю диска находится груз весом P.

Определить угловую скорость диска в момент времени t = 1 с. Как изменится угловая скорость диска, если груз будет находиться в центре тяжести диска. В начальный момент времени система находилась в покое.

Задачи Д - 3.7 - Д - 3.9. Механическая система состоит из однородной прямоугольной вертикальной плиты массой m_1 = 24 кг и груза Д массой m = 8 кг, который может двигаться по имеющемуся на плите желобу.

Плита движется в вертикальной плоскости вдоль горизонтальных направляющих поступательно с постоянной скоростью u = 2 м/с.

В некоторый момент времени груз Д начинает двигаться по желобу АВ согласно закону АД = S (t), где S измеряется в метрах, t - в секундах.

Считая груз материальной точкой и пренебрегая всеми сопротивлениями, определить для момента времени t_1 = 1 с:

Задача Д - 3.7 - скорость плиты v_1.

Задача Д - 3.8 - ускорение плиты a_1.

Задача Д - 3.9 - перемещение плиты x_1.

Для всех задач определить также полную силу нормального давления плиты N_1 на направляющие в момент времени t_1 = 1 с.

Таблица Д - 3.6

№ столбца	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Q, кН	50	100	150	200	250	300	350	400	450	500
P, кН	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
R, м	0,2	0,3	0,4	0,6	0,8	1,0	1,2	1,4	1,6	1,8
d, м	0,1	0,2	0,3	0,4	0,6	0,5	0,8	0,6	0,6	0,8
M, кН м	$t^2 + t$	$4t^3$	$3t^4$	$2t^3$	$3t^2$	$4t^5$	$5t^4$	$6t^3$	$8t^2$	$2t$

Таблица Д - 3.7 - Д - 3.9

№	S = S(t)	a	b	№	S = S(t)	a	b
0	$0{,}5\sin(\pi t^2/3)$	0,5	0,2	**5**	$0{,}1\sin(\pi t/3)$	0,5	0,4
1	$0{,}4(1+0{,}3t^2)$	0,4	0,1	**6**	$0{,}2\cos(\pi t/6)$	0,15	0,25
2	$0{,}2\sin(\pi t^2/6)$	0,3	0,2	**7**	$0{,}1t^2$	0,25	0,15
3	$0{,}3(3+2t^3)$	0,8	0,3	**8**	$0{,}1\sin(\pi t^2)$	0,35	0,25
4	$0{,}3(1-0{,}1t^2)$	0,4	0,5	**9**	$0{,}2\cos(\pi t^2/2)$	0,25	0,35

УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Задача Д - 3.0. Задача решается с помощью теоремы об изменении количества движения механической системы в проекции на ось x, где за ось x принята прямая, по которой движется балка AB. При определении Q_x - проекции главного вектора количества движения на ось x, необходимо учесть, что тележка участвует одновременно в двух движениях: вместе с балкой движется вдоль оси x и перемещается относительно балки.

Задача Д - 3.1. Задача решается с помощью теоремы об изменении кинетического момента механической системы относительно точки O: $dL_0/dt = \sum \mathbf{M}_0(\mathbf{F}_k^e)$.

Кинетический момент системы состоит из кинетического момента барабана $\mathbf{L}_0^б$ и кинетического момента груза $\mathbf{L}_0^{гр}$. $L_0^б$ вычисляется по формуле кинетического момента вращающегося твердого тела, а $L_0^{гр}$ - по формуле кинетического момента точки (груз P принимаем за материальную точку).

По ходу решения задач, получаем ε - const, т.е. барабан совершает равнопеременное движение. Тогда для определения числа оборотов N следует применить формулы равнопеременного вращения, причем $\varphi = 2\pi N$.

Задача Д - 3.2. Задача решается в два этапа. Сначала следует записать теорему об изменении количества движения в векторной форме, причем $\mathbf{Q} = \mathbf{Q}_1 + \mathbf{Q}_2$, где $\mathbf{Q}_1$ - количество движения груза 1, $\mathbf{Q}_2$ - количество движения груза 2.

Количество движения барабана равно нулю, так как т.О находится в покое. Затем следует спроектировать теорему на ось ОУ, учитывая, что на систему действуют следующие силы: P_1, P_2, G - веса тел, входящих в систему; x_0, y_0 - реакции в точке О. Далее надо выразить искомую Y_0. Для вычисления производной dv /dt, входящей в левую часть полученного уравнения, следует применить теорему об изменении кинетического момента системы относительно оси, проходящей через центр О: $dL_0/dt = \sum M_0(\mathbf{F}_k^e)$, причем $L_0 = L_0^б + L_0^1 + L_0^2$; где $L_0^б$ - кинетический момент барабана, L_0^1, L_0^2 - кинетические моменты грузов P_1, P_2 соответственно.

$L_0^б$ вычисляется по формуле кинетического момента вращающегося твердого тела, а L_0^1, L_0^2 - по формулам кинетического момента материальной точки относительно центра О.

Задача Д - 3.3. Задача решается с помощью теоремы об изменении кинетического момента относительно оси, проходящей через центр О. Учитывая, что на систему действуют следующие силы: $\mathbf{P}_1$, $\mathbf{P}_2$, $\mathbf{Q}$ - веса грузов барабана; М - момент пары сил; x_0, y_0 - реакции в точке О.

Кинетический момент системы состоит из кинетических моментов барабана и грузов P_1, P_2: $L_0 = L_0^б + L_0^1 + L_0^2$.

Интегрируя теорему об изменении кинетического момента $dL_0/dt = \sum M_0(\mathbf{F}_k^e)$, получим искомую угловую скорость .

Задача Д - 3.4. Кинетический момент системы состоит из кинетического момента стержня $L^{ст.}$ и кинетического момента точки L^B: $L = L^{ст} + L^B$. На систему действуют следующие внешние силы: **P**, **Q** - веса стержня и груза; $\mathbf{x_0}$, $\mathbf{y_0}$, $\mathbf{z_0}$, $\mathbf{x_0}$, $\mathbf{y_0}$ - реакции опор в точках О и O_1. M = M (t) - момент пары сил.

Применяя теорему об изменении кинетического момента (см.указания к задачам Д-3.2, Д-3.3), найдем V_B - скорость груза В.

Задача Д - 3.5. - См. Указания к задаче Д - 3.4.

Задача Д - 3.6. Ход решения задачи совпадает с Д - 3.4, Д - 3.5. Однако следует учесть, что момент инерции диска относительно оси вращения I_{zO} определяется формулой Штейнера: $I_{zO} = I_{zC} + Md^2$, где I_{zC} - момент инерции относительно оси вращения, проходящей через центр тяжести диска ($I_{zC} = MR^2/2$); M - масса диска; d - расстояние между осями.

Задачи Д - 3.7 - Д - 3.9. На механическую систему действуют следующие внешние силы: $\mathbf{P_1}$, $\mathbf{P_2}$, - веса плиты и груза; **N** - реакция горизонтальных направляющих, численно равная давлению плиты на эти направляющие. Сумма проекций этих сил на ось X равна нулю $F_x = 0$. Тогда имеет место закон сохранения главного вектора количеств движения механической системы относительно оси X: $Q_x = \sum m_k v_{kx} = const$. Необходимо составить сумму $\sum m_k v_{kx}$ для момента времени t =0, когда груз Д движется вместе с плитой со скоростью u, не совершая движения относительно плиты, и для момента времени t = 1 c, когда груз Д движется вместе с плитой со скоростью v_1 и одновременно перемещается со скоростью $v_r = ds/dt$ относительно плиты. Приравнивая правые части полученных уравнений, найдем $v_1 = v_1(t)$ - скорость плиты как функцию времени. Дифференцируя это уравнение, найдем $a_1 = a_1(t)$ - ускорение плиты, а интегрируя уравнение, найдем $x_1 = x_1(t)$ - закон движения плиты.

Подставляя в последние три формулы $t_1 = 1$ c, получим искомые величины: скорость плиты v_1 (задача Д -3.7), ускорение плиты a_1 (задача Д - 3.8) и перемещение плиты за время $t_1 = 1$ c (задача Д - 3.9).

Для определения полной силы нормального давления плиты N_1 на направляющие следует спроектировать на ось У теорему об изменения количества движения механической системы.

Схемы к задаче Д - 3.

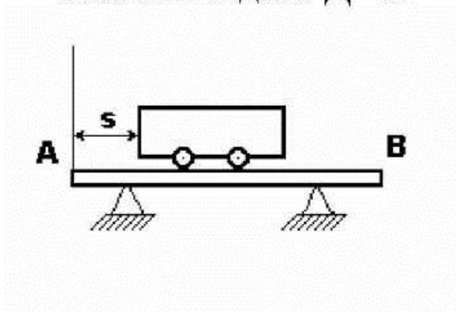


Рис. Д - 3.0

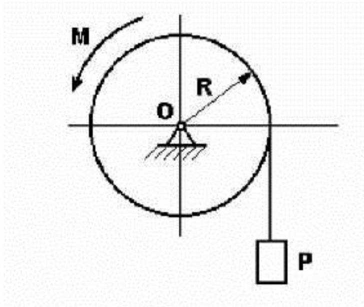


Рис. Д - 3.1

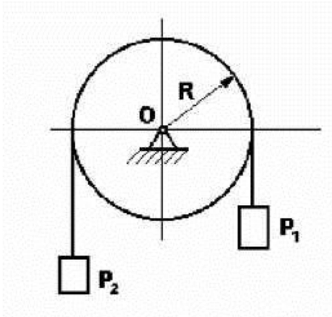


Рис. Д - 3.2

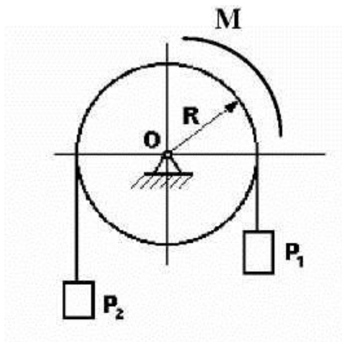


Рис. Д - 3.3

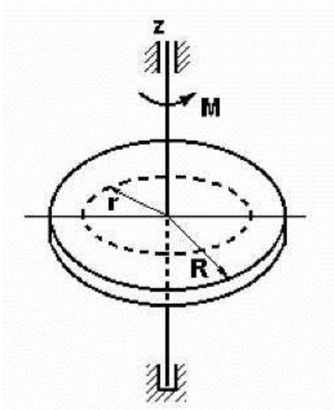


Рис. Д - 3.5

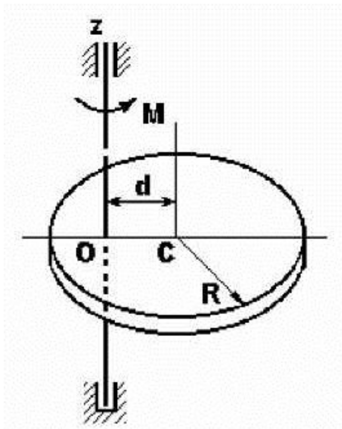


Рис. Д - 3.6

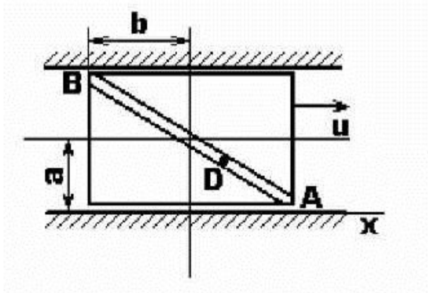


Рис. Д - 3.7

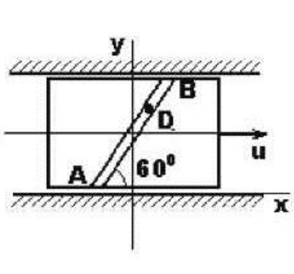


Рис. Д - 3.8

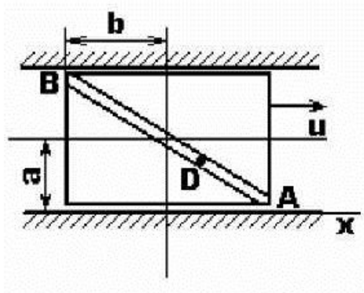


Рис. Д - 3.9

Задача Д - 4

Тема этой задачи - теорема об изменении кинетической энергии механической системы. Теоретический материал представлен в параграфе 4 гл.8 [1], а на с. 90, рассматривается пример решения задачи.

Примечание. Последняя цифра шифра соответствует номеру строки в таблице Д - 4, а предпоследняя - номеру рисунка.

Условие задачи

Механическая система состоит из ступенчатого шкива A с радиусами $R = 0{,}2$ м; $r = 0{,}1$ м, груза В и цилиндрического катка С. Радиус инерции шкива $\rho = 0{,}3$. Коэффициент трения скольжения катка и груза о плоскости одинаковы и равны f = 0,2. Под действием силы F = F (S) система из состояния покоя приводится в движение. При этом на шкив А действует постоянный момент сил сопротивления.

Определить значение искомой величины, когда груз В переместится на расстояние $S_B = 1$ м, если m_A, m_B, m_c - массы шкива, груза и катка соответственно; V_B, V_C - скорости центров тяжести груза и катка; ω - угловая скорость шкива.

Указания к решению задач

Теорема об изменении кинетической энергии системы имеет вид

$$T_1 - T_0 \quad \sum_k A_k^e .$$

Так как по условию задачи система начинает перемещаться из состояния покоя, то $T_0 = 0$. Поэтому

$$T_1 = \sum_k A_k^e , \qquad (1)$$

где T_1 - кинетическая энергия в конечный момент времени, $\sum_k A_k^e$ - сумма работ внешних сил, действующих на систему.

Кинетическая энергия системы состоит из кинетических энергий шкива A, груза B и катка C:

$$T_1 - T_A - T_B + T_C . \qquad (2)$$

При определении T_A , T_B , T_C следует учесть, что шкив A совершает вращательное движение вокруг оси, проходящей через точку O;

груз *B* двигается поступательно, а каток С совершает плоскопараллельное движение. Необходимо учесть, что момент инерции шкива, $I_z = m\rho^2$, где ρ - радиус инерции шкива, а при определении момента инерции катка его следует принять за однородный цилиндр. Все скорости, входящие в (2), необходимо выразить через искомую (табл. Д-4).

Затем следует определить сумму работ внешних сил, действующих на систему:

$$\sum_k A_k^e = A(m_A g) + A(m_B g) + A(m_C g) - A(M) - A(F_{тр}) - A(F),$$

где $A(m_A g)$, $A(m_B g)$, $A(m_C g)$ - работы сил тяжести шкива, груза и катка соответственно; $A(M)$ - работа момента сил сопротивления; $A(F_{тр})$ - работа сил трения скольжения; $A(F)$ - работа переменной силы, причем $A(F) = \int_0^{S_B} \mathrm{F(S)\,dS}$. Подставив сюда $F=F(S)$ и проинтегрировав, найдем $A(F)$.

Все перемещения, входящие в формулы работ сил, необходимо выразить через S - перемещение груза *B*, причем перемещения точек находятся в такой же зависимости, как и скорости этих точек.

Далее следует подставить найденные T_1 и $\sum_k A_k^e$ в (1) и определить неизвестную, учитывая, что $S_B = 1$ м.

Таблица Д - 4

№ столбца	m_A, кг	m_B, кг	m_C, кг	M, Н	F=F(S),Н	α,град	Неизв.
0	6,0	4,0	2,0	0,8	60(1+S)	30	V_B
1	4,0	2,0	1,0	0,6	10(6+S)	45	V_B
2	8,0	6,0	4,0	0,4	60(3+S)	15	V_C
3	2,0	1,0	1,0	0,2	50(2+3S)	22,5	V_B
4	1,0	2,0	2,0	0,1	20(8+S)	10	V_B
5	3,0	2,0	1,0	0,4	30(5+2S)	30	V_C
6	4,0	3,0	2,0	0,3	80(4+S)	45	V_C
7	6,0	5,0	4,0	0,8	60(3+2S)	22,5	V_B
8	5,0	4,0	3,0	1,0	40(6+S)	15	V_B
9	2,0	1,0	2,0	1,2	30(4+S)	10	V_B

Схемы к задаче Д - 4

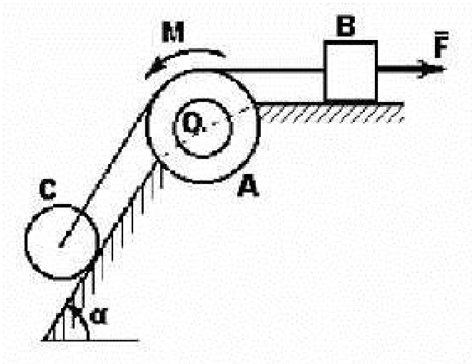


Рис. Д-4.0

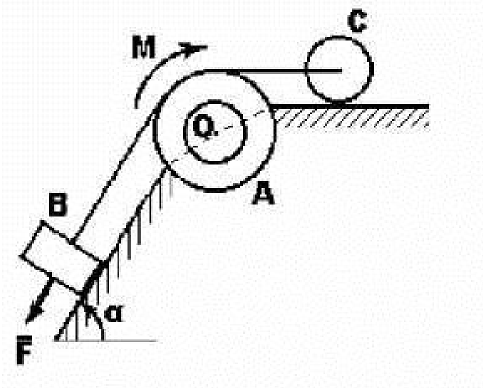


Рис Д-4.1

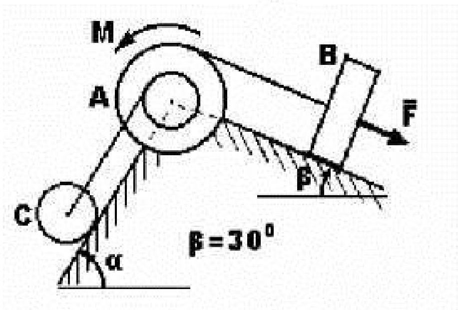


Рис. Д-4.2

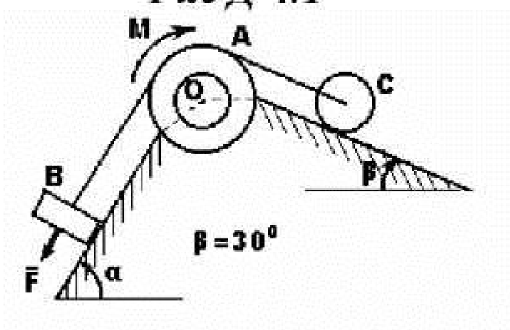


Рис. Д-4.3

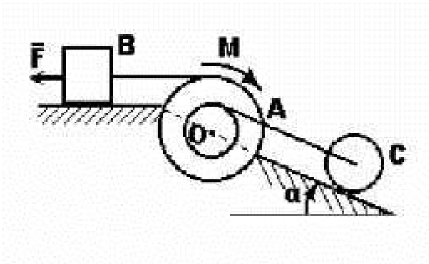


Рис. Д-4.4

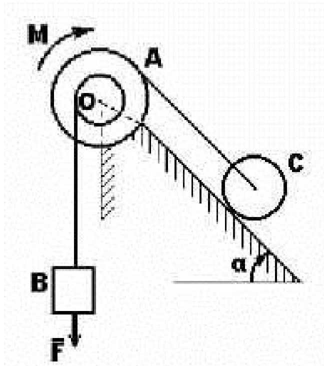


Рис. Д-4.5

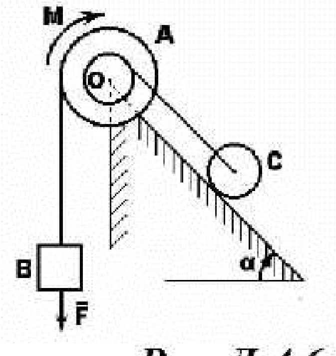


Рис. Д-4.6

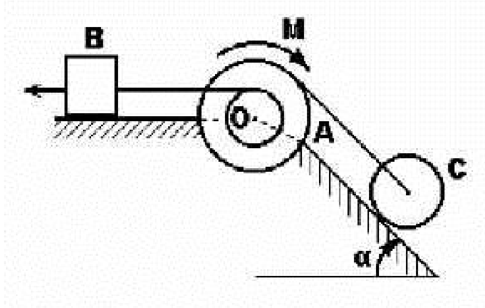


Рис. Д-4.7

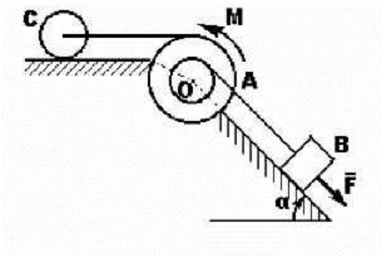


Рис. Д-4.8

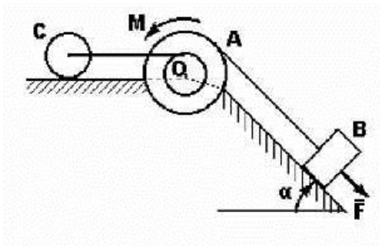


Рис. Д-4.9

ЗАДАЧА С - 1

В задаче С-1 рассматриваются условия равновесия твердых тел, находящихся под действием произвольной плоской системы сил.

Теоретический материал и примеры решения задач приведены в гл. 9 [1].

Примечание. Последняя цифра шифра соответствует номеру рисунка, а предпоследняя - номеру строки (столбца) в табл. С - 1.

УСЛОВИЕ ЗАДАЧИ

Жесткая рама АВ закреплена в точке А шарнирно, а в точке В - с помощью невесомого стержня BB_1, или опоры на катках В. На раму действуют пара сил с моментом М = 20 кН×м, три сосредоточенные силы $\mathbf{F_1}$, $\mathbf{F_2}$, $\mathbf{F_3}$ и равномерно распределенная нагрузка интенсивности **q**. В табл. С - 1 указаны точки приложения сил $\mathbf{F_1}$, $\mathbf{F_2}$, $\mathbf{F_3}$, их направления и величины, а также участки рамы, на которые действует равномерно распределенная нагрузка. Определить реакции опор в точках А и В. При окончательных расчетах принимать l = 0,5 м (рис. С-1.0 – С-1.9, табл.1).

УКАЗАНИЯ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Если под действием некоторой системы сил, расположенных в одной плоскости, твердое тело находится в состоянии покоя, то суммы проекций этих сил на координатные оси и сумма моментов этих сил относительно произвольной точки равны нулю:

$$\sum_k F_{кx} = 0; \quad \sum_k F_{кy} = 0; \quad \sum_k M_0(F_к) = 0.$$

Эти уравнения называются аналитическими условиями равновесия свободного твердого тела в плоском случае.

Решение задачи следует начать с применения принципа освобождаемости от связей (гл. 6 [1], параграф 2).

Заменив связи реакциями, необходимо приложить к балке все силы, данные по условию задачи, выбрать систему координат и составить выше записанные три уравнения равновесия. Решив систему полученных уравнений, определяем неизвестные X_A, Y_A, R_B.

Рекомендуем предварительно рассмотреть пример решения задач в гл.9 [1].

Таблица С - 1

Сила	F_1, α_1 $F_1 = 0{,}1$ kH		F_2, α_2 $F_2 = 0{,}2$ kH		F_3, α_3 $F_3 = 0{,}3$ kH		**q** q = 0,5 kH/м
№ п/п	**точка прилож.**	α_1^0	**точка прилож.**	α_2^0	**точка прилож.**	α_3^0	**Участки приложения нагрузки**
0			Д	30	Е	60	НК
1	Д	30			С	30	АН
2	С	60	Н	30			НС
3	Н	45	С	45			ВС
4	К	90			Н	45	АС
5	Е	45			К	30	ЕН
6					Е	60	НК
7	С	60	К	60	Н	45	
8	К	30	Е	60			СВ
9			Д	90	С	30	ВД

Схемы к задаче С - 1

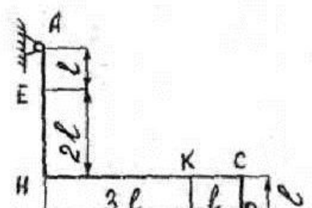


Рис. С-1.0

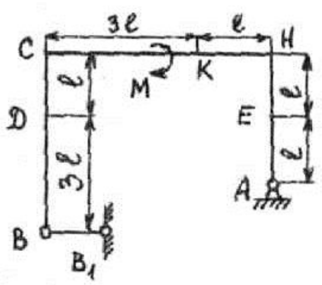


Рис. С-1.1

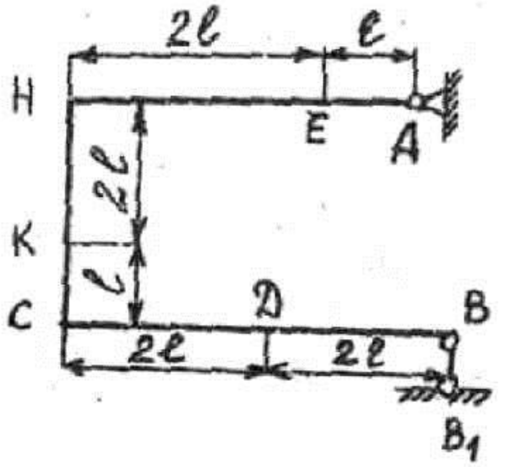


Рис. С-1.2

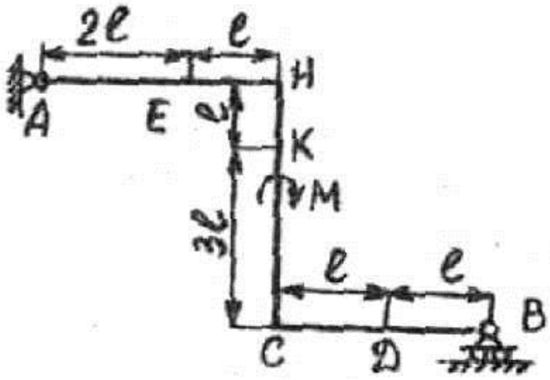


Рис. С-1.3

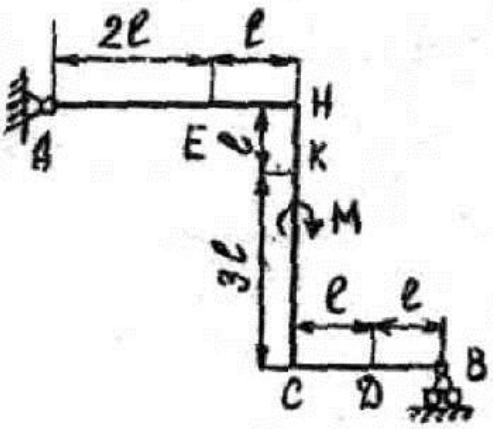


Рис. С-1.4

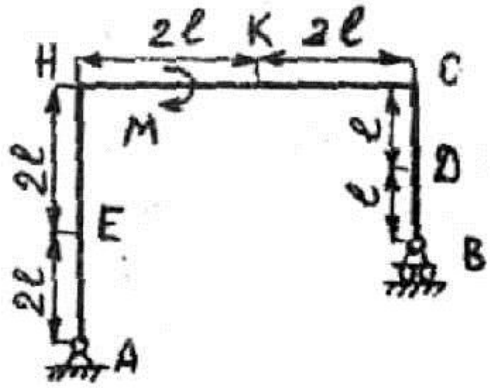


Рис. С-1.5

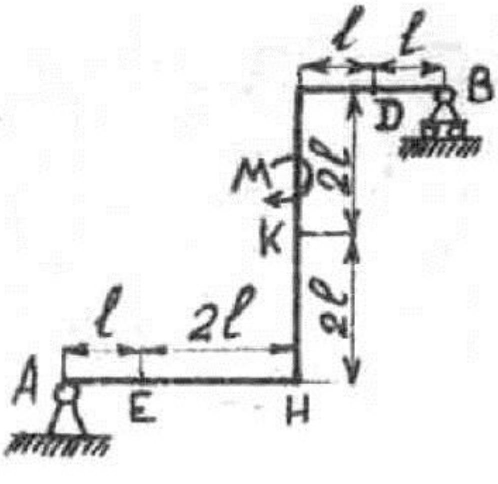


Рис. С-1.6

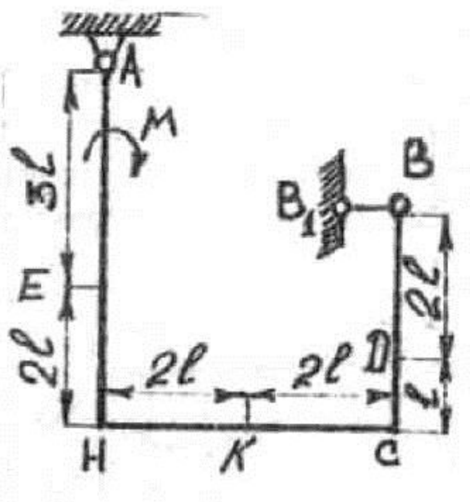


Рис. С-1.7

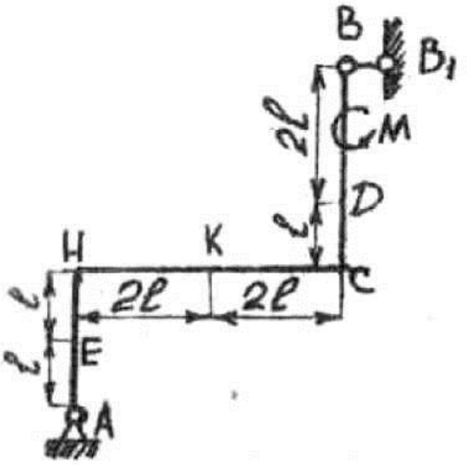


Рис. С-1.8

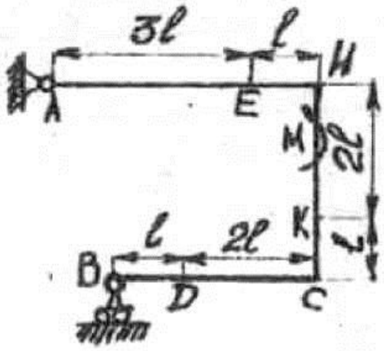


Рис. С-1.9

Задача С - 2

В этой задаче рассматривается равновесие конструкций, состоящих из двух балок. Принцип решения этих задач показан в гл. 9 [1].

Примечание. Номер схемы и рисунка выбирается так же, как и в задаче С - 1.

Условие задачи

Конструкция состоит из двух балок, соединенных с помощью шарнира С. На конструкцию действуют пара сил с моментом М = 10 кН×м, три сосредоточенные силы F_1, F_2, F_3 и равномерно распределенная нагрузка интенсивности q.

Найти реакции опор и реакцию в шарнире С (рис.С-2.0 – С-2.9, табл. С-2).

Точки приложения сил F_1, F_2, F_3, их направления и величины указаны в табл. С-2. Здесь же указаны участки конструкций, на которые действует равномерно распределенная нагрузка.

Указания к решению задач

Сначала следует “расчленить” конструкцию в шарнире С на две балки и составить для каждой из них по три уравнения равновесия. В результате получится шесть уравнений. Решая далее эту систему шести алгебраических уравнений, определить R_A, R_B, R_C. Прежде чем приступать к решению задачи, следует разобраться в материале гл.9 [1].

Таблица С - 2

Сила	F_1, α_1 $F_1 = 1$ kH		F_2, α_2 $F_2 = 2$ kH		α_3, F_3 $F_3 = 3$ kH		q q = 0,5 kH/м
№ п/п	**точка прилож.**	α_1^0	**точка при-лож.**	α_2^0	**точка прилож.**	α_3^0	**Участки приложения нагрузки**
0	К	90					ДЕ ВН
1	К	90			Н	90	СД ДК
2			К	60	Д	45	СЕ
3			Е	90			ДК ВН
4			Н	30	К	60	СД ДЕ
5	Н	45			В	30	ДК СЕ
6	В	60	К	90			СЕ
7			Н	45	Е	60	СД
8	Е	30			К	30	ВН СД
9	Н	45	В	30			ДК

Схемы к задаче С - 2

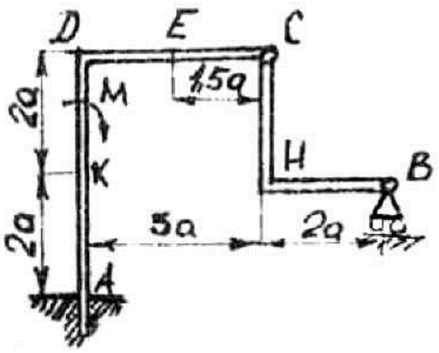


Рис. С-2.0

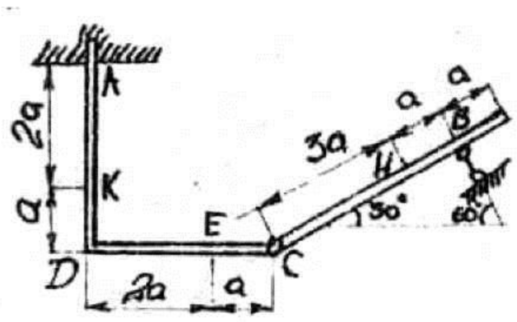


Рис. С-2.1

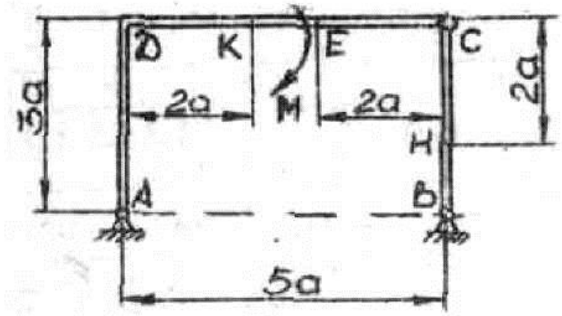


Рис. С-2.2

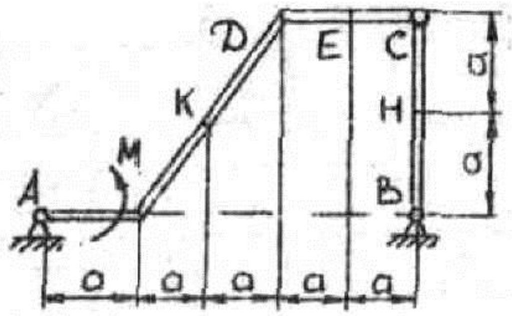


Рис. С-2.3

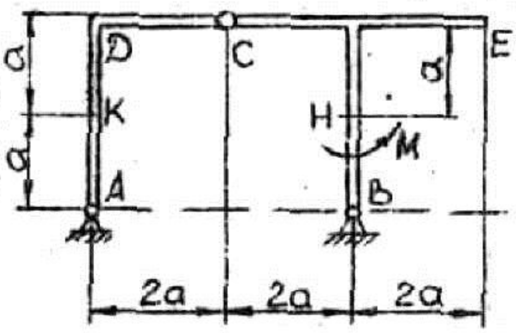


Рис. С-2.4

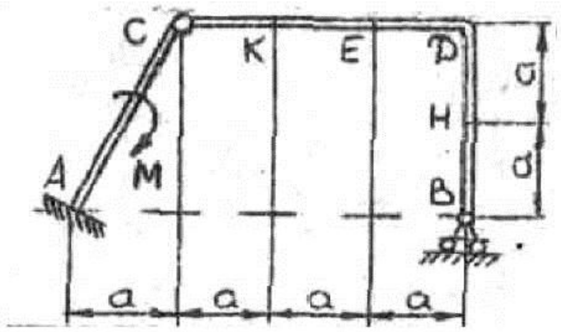


Рис. С-2.5

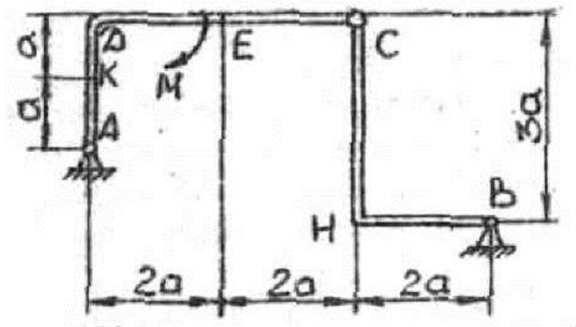


Рис. С-2.6

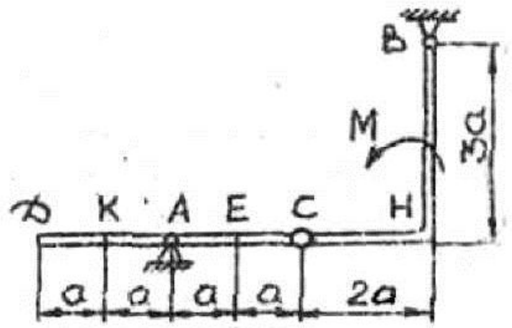


Рис. С-2.7

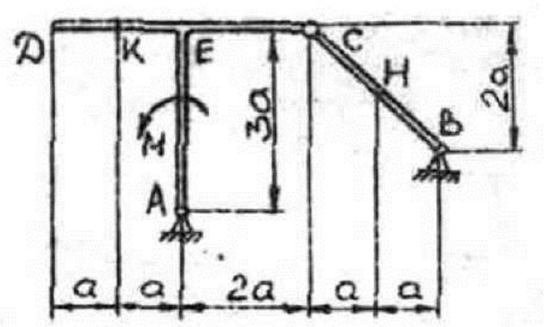


Рис. С-2.8

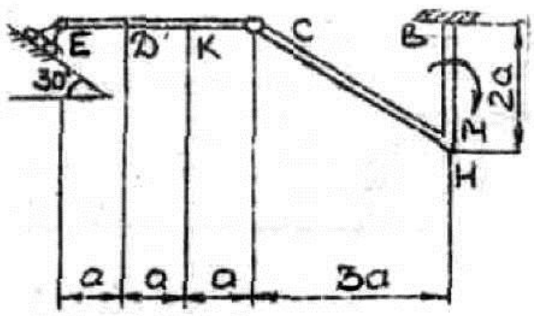


Рис. С-2.9

Библиографический список

1. Теоретическая механика. Учебное пособие. / *Гумерова Х.С., Коноплев И.Г., Муштари А.И., Шайхутдинов И.Г.* КГТУ, Казань, 1999г. 108 с.

2. Контрольные задания по теоретической механике. Методические указания. / *Шарафутдинов В.Ф., Гумерова Х.С., Гатауллин М.З.* КГТУ, Казань, 1994 г. 32 с.

3. Контрольные задания по теоретической механике (динамика). Методические указания. / *Гумерова Х.С., Коноплев И.Г.* КХТИ, Казань, 1991 г. 28 с.