

Задача 2. Плоская рама, состоящая из двух изогнутых под прямым углом стержней, имеет две опоры — скользящую заделку в точке A и неподвижный шарнир B . Части рамы соединены шарниром в точке C (рис. 6). Размеры даны в метрах. К раме приложена горизонтальная сила $P = 1$ кН, вертикальная $F = 4$ кН и момент $M = 3$ кНм. Найти реакции опор.

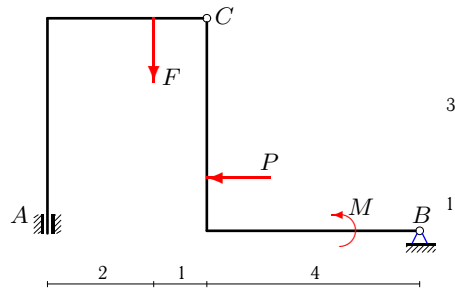


Рис. 6

Решение

Разобьем раму на две части по шарниру C . Отброшенные части заменим реакциями X_C , Y_C . На одну часть эти реакции действуют в одну сторону, на другую — в противоположную. Заделка A имеет две неизвестные реакции: момент M_A , препятствующий вращению, и горизонтальную силу X_A . Вертикальной реакции в точке A нет, так как стержень можно свободно вынуть из скользящей опоры. Действие неподвижного шарнира B заменяем горизонтальной реакцией X_B и вертикальной Y_B . Составим уравнения равновесия для левой части (рис. 7):

$$\begin{aligned} \sum X_i &= X_C + X_A = 0, \\ \sum Y_i &= Y_C - F = 0, \\ \sum M_A &= M_A - 4 \cdot X_C + 3 \cdot Y_C - 2 \cdot F = 0. \end{aligned} \quad (1.3)$$

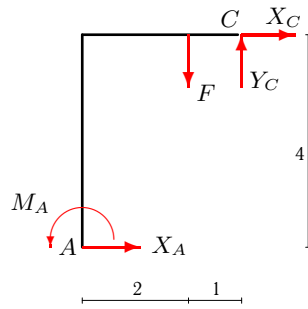


Рис. 7

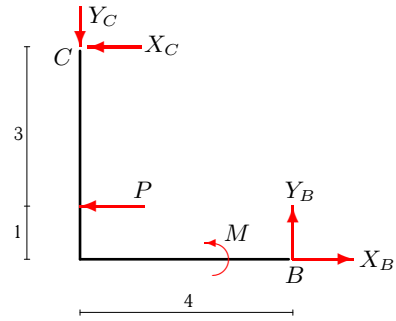


Рис. 8

Каждая из выделенных частей находится в равновесии. Составим уравнения равновесия для правой части рамы (рис. 8):

$$\begin{aligned} \sum X_i &= -X_C + X_B - P = 0, \\ \sum Y_i &= Y_B - Y_C = 0, \\ \sum M_B &= 4 \cdot Y_C + 4 \cdot X_C + 1 \cdot P + M = 0. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Решаем систему уравнений (1.3)–(1.4), получаем $X_A = 5$ кН, $Y_B = 4$ кН, $M_A = -24$ кНм, $X_B = -4$ кН, $Y_C = 4$ кН, $X_C = -5$ кН.

Проверка. Составляем сумму моментов всех сил, действующих на раму, включая реакции опор, относительно какой-либо произвольной точки. Желательно, чтобы эта точка не лежала на линии действия реакций. Выберем точку K на правой части рамы¹ (рис. 9). Внутренние реакции сочленяющего шарнира C в уравнение не входят:

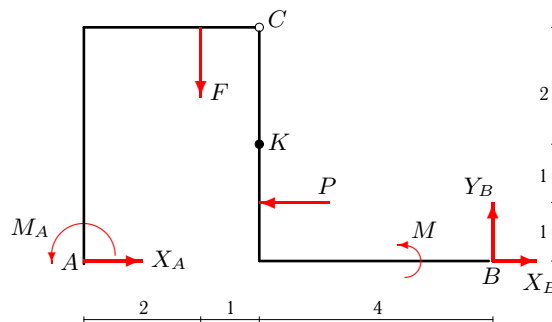


Рис. 9

¹В общем случае, точка может не принадлежать раме.

$$\begin{aligned}\sum M_K &= 4 \cdot Y_B - 1 \cdot P + M + M_A + 2 \cdot X_A + 2 \cdot X_B + 1 \cdot F = \\ &= 4 \cdot 4 - 1 \cdot 1 + 3 - 24 + 2 \cdot 5 - 2 \cdot 4 + 1 \cdot 4 = 0.\end{aligned}$$

Проверка выполнена. Реакции найдены верно.

Заметим, что если разбить раму не по шарниру, то в месте разбиения на каждую из образовавшихся частей помимо двух взаимно перпендикулярных сил, надо будет приложить реактивный момент — еще одну неизвестную реакцию. В результате в задаче будет 7 неизвестных и прежние 6 уравнений. Так задачу решить нельзя.